

Karol ANDRZEJCZAK⁽¹⁾

Marek MŁYŃCZAK⁽²⁾

Jarosław SELECH⁽¹⁾

⁽¹⁾Politechnika Poznańska

⁽²⁾Politechnika Wrocławska

POISSONOWSKIE STRUMIENIE USZKODZEŃ W PROGNOZOWANIU KOSZTÓW OBSŁUG KOREKCYJNYCH FLOTY POJAZDÓW

Streszczenie: Utrzymanie wysokiej efektywności użytkowania floty pojazdów publicznego transportu masowego stawia przed operatorem wiele wyzwań. Wśród nich planując okresowe działania eksploatacyjne operator powinien uwzględniać oceny możliwości pojawiania się niespodziewanych awarii pojazdów oraz kosztów ich usuwania w ramach tak zwanych usług korekcyjnych. Ze względu na losowy charakter awarii pojazdów dla utrzymania efektywnej i bezpiecznej ich eksploatacji niezbędna okazuje się wiedza dotycząca procesów stochastycznych. Sformułowany w tytule problem badawczy wychodzi naprzeciw tym potrzebom. Modelowane są więc koszty usług korekcyjnych pojazdów, tj. koszty, które nie są uwzględniane w ich przeglądach planowych i nie obciążają prewencyjnych napraw. Koszty robót korekcyjnych i koszty wymiany uszkodzonych części powstają niespodziewanie w losowych chwilach użytkowania środków transportu, zwykle między okresowymi przeglądami. W niniejszej pracy, ze względu na różnorodność procesów uszkodzania poszczególnych części pojazdu, przedstawiono metody i zastosowania stochastycznego modelowania dla prostych strumieni uszkodzeń, których modelem jest proces Poissona. Podstawą zastosowania przedstawionych metod jest zidentyfikowanie tych części pojazdu, które uszkodzają się zgodnie z tym procesem. Oceny parametrów procesów uszkodzeń poszczególnych części pojazdów dokonywane są na podstawie bazy danych eksploatacyjnych jednorodnej floty pojazdów eksploatowanych przez 5 lat. Wraz z upływem czasu baza danych eksploatacyjnych jest dynamicznie uzupełniana o nowe zdarzenia. Na podstawie danych rzeczywistych o usługach korekcyjnych wyróżnionej grupy uszkodzających się części pojazdów pokazano możliwości i ograniczenia praktycznych zastosowań procesu Poissona do oceny ryzyka poniesienia kosztów w dalszym procesie eksploatacji floty.

Słowa kluczowe: poissonowski strumień uszkodzeń, koszty usług korekcyjnych, flota pojazdów

1. Wprowadzenie

Projektowanie i budowa złożonych obiektów technicznych spełniających wysokie wymagania w zakresie energochłonności, kosztochłonności, ekologii, bezpieczeństwa, gotowości i funkcjonalności wymagają pozyskania rozległej, ale i szczegółowej wiedzy dotyczącej m.in. prognozowania częstotliwości występowania uszkodzeń w czasie ich użytkowania [2], [5], [18], [21], [22], [26]. Ze względu na ewentualne konsekwencje, projektanci, producenci i końcowi użytkownicy urządzeń i obiektów technicznych starają się minimalizować możliwości pojawiania się różnego rodzaju awarii w fazie ich użytkowania. W celu minimalizowania kosztów usuwania uszkodzeń i zapewnienia bezpieczeństwa użytkowania obiektu technicznego projektant musi wiedzieć dlaczego i jakie zdarzenia niepożądane mogą wystąpić w fazie

eksploatacji obiektu. Wiedza ta jest niezbędna w optymalizacji kosztu cyklu życia (LCC – life cycle cost) obiektu i jest możliwa dzięki stałemu przepływowi informacji z różnych faz istnienia obiektu technicznego rozumianego w kategoriach Agile Systems [14], [21], [27]. Pozwala to w rezultacie na zmniejszenie podatności na wystąpienie takich zdarzeń oraz uodpornienie obiektu na skutki ich wystąpienia poprzez projektowanie układów nadmiarowych i organizację działań prewencyjnych obniżających jednostkowe koszty eksploatacji [18], [24]. Pomimo, że już w fazie projektowania uwzględniane są wszelkie wymagania dotyczące m. in. założonej gotowości operacyjnej obiektu technicznego, to jednakże nieuniknione są losowe uszkodzenia w czasie jego użytkowania. Uszkodzenia te są usuwane w ramach nieplanowych obsług korekcyjnych (corrective maintenance CM), co obniża gotowość oraz generuje dodatkowe, nieplanowe koszty eksploatacji obiektów technicznych.

Problematyka uszkodzeń jest szczególnie ważna dla operatora planującego długotrwałe użytkowanie floty pojazdów transportu miejskiego [17], [25]. Dla takiego operatora głównym czynnikiem kosztotwórczym, w kosztach cyklu życia, poza kosztem zakupu są koszty ponoszone w fazie eksploatacji pojazdów [3], [4], [21]. Znaczący udział w tych kosztach stanowią koszty obsług korekcyjnych, tj. niezaplanowanych kosztów czynności serwisowych, które muszą być wykonane, w celu przywrócenia gotowości operacyjnej pojazdu po incydentalnych uszkodzeniach lub wypadkach. Obsługa korekcyjna musi być wykonana w trybie pilnym, gdyż utrata gotowości operacyjnej pojazdu zaburza rytm pracy floty pojazdów i generuje koszty zastępowania niesprawnych pojazdów. Argumenty te uzasadniają potrzebę prowadzenia badań niezawodnościowych dotyczących procesu utraty gotowości pojazdów flotowych i kosztów ich obsług korekcyjnych. Rozwojowi badań nad tymi potrzebami poświęcona jest niniejsza praca.

Modele niezawodności uwzględniające pojawianie się w czasie losowych uszkodzeń oparte są najczęściej na procesach stochastycznych. W szczególności w problemach predykcyjnych analizy niezawodnościowej systemów stanowią one mocne narzędzia [1], [10], [11], [16], [19]. Wciąż aktualny jest klasyczny problem: jak niezawodność systemu można poprawić stosując modelowanie matematyczne. W tym zakresie napisano już wiele ciekawych artykułów i książek [7], [12], [13], [19], [20], [26]. Zastosowania matematyki, a w szczególności probabilistyki i statystyki w problemach eksploatacji obiektów technicznych dotyczą takich zagadnień jak: planowanie eksperymentów czynnych i biernych, kontrola zapasów, analiza danych o uszkodzeniach [6], [8], optymalizacja polityki obsług profilaktycznych, analiza kosztów utrzymania, sterowanie procesami eksploatacyjnymi. W pracy [20] w ramach koncepcji logistyki opartej na wydajności (Performance Based Logistics, PBL), autorzy zapropono-

nowali nowy model stochastyczny do określania rocznej intensywności napraw krytycznych elementów samolotu. Model ten może być wykorzystany do planowania bazowego poziomu zapasów oraz przepustowości zakładów remontowych.

W pracy [13] autorzy sformułowali warunki, przy których wymiany prewencyjne podnoszą gotowość systemów eksploatacji maszyn i wzrost dochodu na jednostkę czasu ich eksploatacji. Z kolei w pracy [23] proces obsługi statku powietrznego analizowano zgodnie z metodologią szczupłego utrzymania ruchu [lean method]. Optymalizację procesów logistycznych uznaje się za najbardziej obiecujący sposób redukcji czasu obsługi serwisowej oraz kosztów części zamiennych.

Dla złożonych obiektów technicznych do jakich zaliczane są pojazdy nie możemy stosować tylko jednego rozkładu prawdopodobieństwa czasów między awariami powodującymi tracenie przez obiekt gotowości operacyjnej. Uzasadnieniem tego jest fakt, że przyczynami awarii złożonych obiektów są setki różnorodnych jego części, które charakteryzują się różnorodnymi mechanizmami uszkodzeń. Estymacji parametrów procesów awarii pojazdów spowodowanych uszkodzeniami różnych części autorzy niniejszej pracy dokonali na podstawie wieloletniej bazy danych eksploatacyjnych dotyczącej pewnej floty pojazdów transportu miejskiego. Wstępna analiza niezawodnościowa historycznych procesów uszkodzeń pozwoliła wyróżnić kilka ich typów. Modelem stochastycznym najprostszego z nich jest poissonowski proces uszkodzeń. Właśnie w niniejszym opracowaniu autorzy przedstawiają wyniki badań możliwości zastosowań tego procesu stochastycznego do modelowania procesów utraty gotowości operacyjnej pojazdów oraz do oceny ryzyka poniesienia kosztów ich obsługi korekcyjnych. Badania dotyczą najczęściej uszkadzających się części spośród tych które generują wysokie koszty obsługi korekcyjnych. Procesy Poissona jako jedne z najprostszych stanowią dobrą podstawę do rozwijania dalszych badań dotyczących predykcji kosztów obsługi korekcyjnych innych typów procesów uszkodzeń. Warto dodać, że wspomniana baza danych eksploatacyjnych została w pracy [3] użyta przez autorów do zbadania istotności różnic przeciętnych kosztów obsługi korekcyjnych w wyróżnionych okresach eksploatacji floty pojazdów.

Niniejsze opracowanie składa się z sześciu części. W części 2 przedstawiono problem badawczy i metodę badawczą. Poissonowską metodę modelowania procesu obsługi korekcyjnych pojazdu wraz z teoretycznymi własnościami tego procesu opracowano w części 3. Zastosowaniu tejże metody w analizie niezawodnościowej i kosztowej dla układu rejestratora zdarzeń poświęcona jest czwarta część. Część 5 dotyczy metod oceny ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych wyróżnionej grupy części w dalszym okresie użytkowania pojazdów. W części 6 przeprowadzono studium przypadku dla zidentyfikowanej grupy części

powodujących utratę gotowości operacyjnej pojazdów. Całość opracowania kończy podsumowanie i wnioski.

2. Problem badawczy i metoda badawcza

Przedmiotem badania są koszty obsługi korekcyjnych pojazdów szynowych pasażerskiego transportu miejskiego. Pojazdy badanej floty są jednorodne i warunki ich eksploatacji są porównywalne. Badane pojazdy są naprawialnymi obiektami technicznymi o dużej złożoności i długim okresie eksploatacji. Utrzymanie wysokiego poziomu bezpieczeństwa i gotowości pojazdów zapewniają planowe przeglądy techniczne, w ramach których wykonywane są wymiany prewencyjne i predykcyjne (preventive and predictive maintenance) [22].

Pomimo przestrzegania planowych obsług, pojazdy w czasie użytkowania w losowych chwilach ulegają niespodziewanym awariom, w wyniku czego zwykle tracą zdolność do wykonywania funkcji przewozowych. Przyczynami awarii pojazdów są uszkodzenia określonych jego części. W okresie 5 lat pojazdy badanej floty uległy kilka tysięcy razy awarii spowodowanych uszkodzeniami kilkuset różnorodnych części. W celu przywrócenia gotowości operacyjnej pojazdu uszkodzone części wymieniane są na nowe w ramach bieżących obsług korekcyjnych. Modelowane są więc koszty obsługi korekcyjnych, tj. koszty, które nie są uwzględniane w przeglądach planowych i nie obciążają prewencyjnych napraw.

Obsługi korekcyjne można klasyfikować ze względu na różne kryteria. Dla operatora floty pojazdów transportu miejskiego ważne jest kryterium kosztowe ustalające, kto ponosi koszty napraw uszkodzonych części pojazdu, tj. operator, dostawca, producent części, sprawca wypadku, ubezpieczyciel. Badania dotyczą floty nowego typu pojazdów objętej umową gwarancyjną pomiędzy operatorem i dostawcą i dalszym serwisem pogwarancyjnym. Sformułowany w tytule tej pracy problem polega na opracowaniu metody oceny ryzyka poniesienia kosztów przez dostawcę dla wybranych obsług korekcyjnych. Do rozwiązania tego problemu badawczego zastosowano stochastyczne procesy Poissona [1], [12], [19] z uwzględnieniem tabeli kosztów napraw.

Podstawę zastosowanego stochastycznego modelowania procesów kosztowych stanowią twierdzenia i własności jednorodnego procesu Poissona. Użyte definicje i oznaczenia zostały zaczerpnięte z prac [1], [6], [10], [12], [19], [22]. Ciekawy przykład zastosowania procesu Poissona do modelowania liczby wypadków na Morzu Bałtyckim, w celu zwiększenia bezpieczeństwa żeglugi przedstawiony jest w pracy [11].

3. Poissonowski model procesu obsługi korekcyjnych pojazdu

Liczba uszkodzeń pojazdu w określonym okresie jego użytkowania lub w określonym przedziale jego przebiegu zmienia się losowo dla kolejnych okresów eksploatacji lub kolejnych przedziałów przebiegu pojazdu. Teoria procesów stochastycznych umożliwia modelowanie w czasie lub w przebiegu pojazdu losowej ewolucji liczby awarii i kosztów korekcyjnych usług. Kluczową rolę w budowie modeli zliczających obsługi odgrywają procesy Poissona i jego rozszerzenia [1], [12], [19]. Procesy te umożliwiają konstruowanie modeli zliczania awarii pojazdu zarówno dla szczególnych rodzajów uszkodzeń, jak i dla oceny ryzyka poniesienia kosztów przywracania gotowości operacyjnej przez dostawcę.

Jeżeli prawdopodobieństwo warunkowe awarii pojazdu z powodu uszkodzenia i -tej jego części jest stałe przy przebiegu z przedziału $(l, l + \Delta l]$, niezależnie od przebiegu pojazdu z tą częścią pod warunkiem, że do przebiegu l część ta była sprawna, to losowy proces utraty gotowości operacyjnej pojazdu spowodowanej kolejnymi uszkodzeniami i -tej jego części jest jednorodnym procesem Poissona. Niech G oznacza zbiór tych części pojazdu, które uszkadzają się zgodnie z opisanym procesem Poissona. Przyjmujemy, że po awarii pojazdu następuje jego obsługa korekcyjna polegająca na wymianie uszkodzonych części na nowe. Ponadto przyjmujemy, że całkowity koszt (łącznie koszt materiałów i robocizny) c_i obsługi związanej z wymianą i -tej części jest określony w tabeli kosztów dostawcy.

Za miarę ryzyka poniesienia kosztów naprawy pojazdu z powodu uszkodzenia i -tej części z grupy G przy przebiegu $(l_i, l_i + \Delta l_i)$ przyjmujemy iloczyn $c_i \lambda_i \Delta l_i$, gdzie λ_i jest intensywnością uszkodzeń i -tej części w określonym okresie użytkowania pojazdu. Aby ocenić poziom ryzyka poniesienia kosztów należy więc oszacować warunkowe prawdopodobieństwo awarii pojazdu z powodu uszkodzenia i -tej części oraz związane z tym uszkodzeniem całkowite koszty obsługi korekcyjnej. Przyjmujemy upraszczające założenie, że koszty obsługi korekcyjnych związanych z wymianą określonej części są stałe w rozważanych okresach eksploatacji pojazdów. Przy przyjętych założeniach przebiegi pojazdu pomiędzy kolejnymi obsługami związanymi z wymianą i -tej jego części z grupy G mają ten sam rozkład wykładniczy z parametrem λ_i , tj. dystrybuanta (CDF) przebiegu pojazdu z i -tą częścią określona jest wzorem $F_i(l) = 1 - \exp(-\lambda_i l)$, $l > 0$. Parametr λ_i jest intensywnością uszkodzeń i -tej części na ustaloną jednostkę przebiegu pojazdu, za jaką przyjmujemy 1km. Tak opisany strumień obsługi korekcyjnych pojazdu spowodowany uszkodzeniami i -tej części jest jednorodnym procesem Poissona (HPP(λ_i) – homogenous Poisson process) z parametrem λ_i .

Niech $L_{i,j}$, $j = 1, 2, \dots$ oznacza losowy przebieg pojazdu przy którym nastąpi j -ta jego obsługa korekcyjna spowodowana wymianą i -tej części z grupy G oraz niech proces $\{N_i(l), l \geq 0\}$ zlicza obsługi pojazdu do przebiegu l (w km) z powodu wymian i -tej części. Dla ustalonego przebiegu $l \geq 0$ losowa liczba $N_i(l)$ obsługa korekcyjnych pojazdu z powodu uszkodzenia się i -tej części z grupy G ma rozkład Poissona, tj.

$$\Pr(N_i(l) = j) = \frac{(\lambda_i l)^j}{j!} e^{-\lambda_i l}, \quad (1)$$

co zapisujemy $N_i(l) \sim \text{Poisson}(\lambda_i l)$, $i \in G$.

Zmienne losowe $L_{i,j}$, $j = 1, 2, \dots$ określają przebiegi pojazdu do kolejnych obsługa korekcyjnych spowodowanych wymianą i -tej części. Przyjmując, że $L_{i,0} = 0$ wprowadzamy różnicę

$$X_{i,j} \stackrel{\text{def}}{=} L_{i,j} - L_{i,j-1}, j = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Różnica $X_{i,j}$ dla $j = 1$ oznacza przebieg pojazdu do pierwszej obsługi korekcyjnej, a dla $j \geq 2$ oznacza przebiegi pojazdu pomiędzy kolejnymi obsługami korekcyjnymi, wciąż z powodu wymiany i -tej części. Przy przyjętych oznaczeniach i założeniach wszystkie zmienne losowe $X_{i,1}, X_{i,2}, \dots$ mają ten sam rozkład wykładniczy z parametrem λ_i , co symbolicznie oznaczamy $X_{i,j} \sim \text{EXP}(\lambda_i)$ dla $j = 1, 2, \dots$. Konsekwencją przyjętych założeń dotyczących procesów obsługa korekcyjnych związanych z wymianą części z grupy G jest możliwość zastosowania przytoczonych poniżej własności zaadaptowanych z ogólnej teorii procesów stochastycznych.

Własność 1. Losowa liczba $N_i(l_1, l_2)$ obsługa korekcyjnych pojazdu z powodu wymian i -tej części ($i \in G$), przy planowanym dalszym jego przebiegu (l_1, l_2) , ma rozkład Poissona z parametrem $(l_2 - l_1)\lambda_i$, tj.

$$N_i(l_1, l_2) \sim \text{Poisson}((l_2 - l_1)\lambda_i). \quad (3)$$

Własność 2. Losowy koszt $C_i(l_1, l_2 | c_i)$ obsługa korekcyjnych pojazdu z powodu wymian i -tej części w czasie przebiegu (l_1, l_2) przy założeniu, że jednorazowy koszt obsługi związany z wymianą tej części wynosi c_i jest określony wzorem:

$$C_i(l_1, l_2 | c_i) = c_i N_i(l_1, l_2). \quad (4)$$

Bezpośrednio z własności 2 wynika następująca własność.

Własność 3. Oczekiwany koszt $\mathbb{E}C_i$ oraz wariancja kosztu $\mathbb{D}^2 C_i$ obsługa korekcyjnych pojazdu spowodowanych wymianami i -tej jego części, przy dalszym przebiegu (l_1, l_2) , są określone wzorami:

$$\mathbb{E}C_i(l_1, l_2 | c_i) = c_i \lambda_i (l_2 - l_1), \quad (5)$$

$$\mathbb{D}^2 C_i(l_1, l_2 | c_i) = c_i^2 \lambda_i (l_2 - l_1). \quad (6)$$

Tak więc oczekiwany koszt $\mathbb{E}C_i(l_1, l_2 | c_i)$ jest miarą ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych pojazdu z powodu wymian i -tej jego części z grupy G przy planowanym dalszym przebiegu (l_1, l_2) . Natomiast wariancję można zastosować do konstrukcji przedziału ufności dla ryzyka poniesienia tychże kosztów.

W przypadku floty złożonej z n jednorodnych pojazdów eksploatowanych w tych samych warunkach oczekiwany koszt $\mathbb{E}C_i(l_1, l_2; n | c_i)$ obsługi korekcyjnych pojazdów z powodu wymian i -tej części z grupy G przy planowanym dalszym przebiegu pojazdów (l_1, l_2) wyraża się wzorem (7):

$$\mathbb{E}C_i(l_1, l_2; n | c_i) = n c_i \lambda_i (l_2 - l_1). \quad (7)$$

Alternatywną miarą ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych z powodu wymian i -tej części z grupy G dla floty n pojazdów jest najbardziej prawdopodobny koszt obsługi korekcyjnych C_i^{Mo} sformułowany we własności 4 przy założeniu, że wielkość $n \lambda_i (l_2 - l_1)$ nie jest liczbą całkowitą.

Własność 4. Najbardziej prawdopodobny koszt (koszt modalny) $C_i^{Mo}(l_1, l_2; n | c_i)$ obsługi korekcyjnych n pojazdów jednorodnej floty z powodu wymian i -tej części, przy dalszym przebiegu pojazdów (l_1, l_2) jest określony wzorem:

$$C_i^{Mo}(l_1, l_2; n | c_i) = c_i \lfloor n \lambda_i (l_2 - l_1) \rfloor, \quad (8)$$

gdzie $\lfloor \cdot \rfloor$ oznacza funkcję całość (ang. floor).

Kolejną bardzo użyteczną własnością procesu obsługi jest wyznaczenie rozkładu przebiegu pojazdu badanej floty do określonej liczby m obsług.

Własność 5. Przebieg pojazdu $L_{i,m}$ do jego m -tej obsługi korekcyjnej spowodowanej wymianą i -tej części jest zmienną losową o rozkładzie Erlanga, co zapisujemy

$$L_{i,m} \sim \text{ERL}(m; \lambda_i), \quad (9)$$

czyli gęstość prawdopodobieństwa losowego przebiegu pojazdu $L_{i,m}$ przyjmuje postać:

$$f_{i,m}(l) = \frac{\lambda_i^m l^{m-1} e^{-\lambda_i l}}{(m-1)!}, \quad l > 0 \quad (10)$$

Stąd dla losowego przebiegu pojazdu $L_{i,m}$ można wyznaczyć dystrybuantę $F_{i,m}(l)$ oraz podstawowe charakterystyki informacyjne, tj. wartość oczekiwaną $\mathbb{E}L_{i,m}$, modę $\text{Mo}(L_{i,m})$ oraz

wariancję $\mathbb{D}^2 L_{i,m}$ przebiegu pojazdu do m -tej obsługi korekcyjnej z powodu wymiany i -tej części:

$$F_{i,m}(l) = 1 - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} e^{-\lambda_i l} (\lambda_i l)^k}{k!} \quad \text{dla } l > 0 \quad (11)$$

$$EL_{i,m} = \frac{m}{\lambda_i} \quad (12)$$

$$\text{Mo}(L_{i,m}) = \frac{m-1}{\lambda_i} \quad \text{dla } m \geq 2 \quad (13)$$

$$\mathbb{D}^2 L_{i,m} = \frac{m}{\lambda_i^2} \quad (14)$$

Korzystając z własności (12) i (14) i tabeli kosztów obsługi korekcyjnych można wyznaczyć oczekiwany koszt i wariancję kosztu.

4. Ocena ryzyka poniesienia kosztów z powodu wymian układu rejestratora zdarzeń

Baza danych eksploatacyjnych dotyczy floty $n = 45$ nowych pojazdów użytkowanych przez 5 lat. W tym czasie spośród kilku tysięcy części z jakich składa się pojazd co najmniej jednemu uszkodzeniu uległo ponad 500 z nich. Dostawca floty udzielił gwarancji na ten czas i rozważa możliwość przedłużenia serwisu na dalsze lata. W badanym czasie pojazdy osiągnęły przebiegi około 300 tys. km. Z bazy danych wyznaczone zostały przebiegi części między uszkodzeniami, jako przebiegi pojazdu z daną częścią.

Z przeprowadzonej analizy niezawodnościowej na podstawie bazy danych eksploatacyjnych wynika, że przebiegi pojazdów między utratami ich gotowości operacyjnych spowodowanymi wymianami poszczególnych części w ramach obsługi korekcyjnych należą do rodzin rozkładów prawdopodobieństwa typu: gamma, Weibulla, wykładniczego, normalnego, lognormalnego.

Podstawowy problem jaki należało rozwiązać, to zidentyfikowanie tych części spośród wymuszających obsługi korekcyjne pojazdów, które spełniają przyjęte założenie poissonowskiego strumienia uszkodzeń. W tym celu przeprowadzono weryfikację hipotez o wykładniczości rozkładu przebiegów między uszkodzeniami dla wytypowanych części. Do testowania zastosowano oprogramowanie Weibull++, koncentrując uwagę na tym etapie badań przede wszystkim na częściach z 15-tej grupy konstrukcyjnej pojazdu. Do grupy tej należą urządzenia elektroniczne i elektrotechniczne, których uszkodzenia są natychmiast wykrywane i stosunkowo szybka jest ich wymiana w ramach obsługi korekcyjnych, a procesy starzeniowe wytypowanych części są marginalne. W pojazdach badanej floty do grupy części G zaliczono: układ rejestratora zdarzeń, moduł rejestratorów, moduł główny monitoringu, zadajnik jazdy

oraz agregat ciśnienia z 11 grupy konstrukcyjnej. Części te zostały poddane analizie niezawodnościowej.

Do oceny ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych, dalej użytkowanej floty pojazdów, jako pierwszy wybrany został układ rejestratora zdarzeń (URZ). Układ ten przeznaczony jest do rejestracji i monitoringu układów pomiarowo-rozliczeniowych EE oraz do rejestracji zdarzeń dotyczących pojawiających się zagrożeń, niezadziałań i awarii badanych pojazdów transportu miejskiego. Podstawowym elementem układu rejestratora zdarzeń jest rejestrator parametrów przedstawiony na rys. 1. Celem poznawczym jest ocena ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych wszystkich pojazdów floty z powodu uszkodzania się tego rejestratora.



Rys. 1. Rejestrator parametrów.

Rejestrator zapisuje na karcie pamięci **sygnały analogowe**, takie jak licznik przebiegu, prędkość jazdy, prąd trakcyjny, napięcie sieci trakcyjnej, napięcie obwodów sterowania oraz **sygnały logiczne**, takie jak stan aparatów sterowniczych, sygnały zwrotne zadziałania układów hamulcowych, stan drzwi wagonu, stan przełącznika zwrotnic, sygnał poślizgu, i in. sygnały ważne ze względu na bezpieczeństwo. W badanym czasie eksploatacji zarejestrowano 11 obsług korekcyjnych na koszt dostawcy spowodowanych wymianami tego urządzenia. Łączne koszty tych obsług wyniosły około 237 tys. PLN, a średni koszt jednej obsługi wyniósł około 21,5 tys. PLN.

W analizie niezawodnościowej oprócz przebiegów 11 wymienionych URZ w ramach obsług korekcyjnych uwzględniono również 45 obserwacji uciętych dotyczących przebiegów nieuszkodzonych rejestratorów na dzień kończący cykl badawczy.

Na podstawie udostępnionej przez dostawcę floty bazy danych o obsługach pojazdów opracowane zostały dane dotyczące uszkodzeń wybranej grupy części. Na potrzeby prowadzonych badań niezawodnościowych dane o przebiegach uszkodzającej się i -tej części dla całej floty zostały zestawiane w postaci par $(l_k; \delta_k)$, $k = 1, 2, \dots, n_i$, gdzie l_k wyrażone jest w

kilometrach przebiegu k -tego egzemplarza i -tej części, n_i jest liczbą danych dotyczących i -tej części oraz

$$\delta_k = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } l_k \text{ jest zaobserwowanym przebiegiem,} \\ 0, & \text{jeśli } l_k \text{ jest uciętym przebiegiem.} \end{cases} \quad (15)$$

Dla układu rejestratora zdarzeń z danych eksploatacyjnych dla całej floty otrzymano następujące pary:

(268 707; 0), (166 033; 1), (106 638; 0), (360 404; 0), (114 686; 1), (128 846; 0),
 (284 834; 0), (369 436; 0), (314 522; 0), (186 073; 1), (153 834; 0), (311 679; 0),
 (342 241; 0), (328 494; 0), (354 100; 0), (292 038; 0), (339 492; 0), (292 266; 0),
 (319 088; 0), (352 654; 1), (257 803; 1), (79 301; 0), (310 513; 0), (305 087; 0),
 (89 378; 1), (245 637; 0), (308 114; 0), (328 878; 0), (314 589; 0), (91 939; 1),
 (176 804; 0), (319 733; 0), (328 480; 0), (69 514; 1), (258 654; 0), (287 122; 0),
 (189 518; 1), (107 834; 0), (271 868; 0), (244 005; 0), (284 525; 0), (207 679; 0),
 (314 146; 0), (271 384; 0), (316 331; 0), (286 225; 0), (58 298; 1), (231 227; 0),
 (254 974; 0), (290 198; 0), (299 174; 0), (80 172; 1), (184 615; 0), (310 800; 0),
 (339 499; 0), (315 371; 0).

Badania objęły 56 egzemplarzy układu rejestratora zdarzeń, z czego 45 na moment zakończenia badań było sprawnych i ich obserwacje przebiegów zostały ucięte. Próba z danymi uciętymi nazywa się próbą cenzurowaną. Przeprowadzony na poziomie istotności 5% test nie dał podstaw do odrzucenia hipotezy orzekającej wykładniczość przebiegu pojazdów między ich awariami spowodowanymi uszkodzeniami układu rejestratorów zdarzeń. Na podstawie danych eksploatacyjnych dokonano estymacji intensywności uszkodzeń $\hat{\lambda} \approx 0,0000009463[1/\text{km}]$. Przyjmując założenie, że w ciągu następnego roku eksploatacji floty intensywność uszkodzeń użytkowanych układów rejestratora nie ulegnie istotnej zmianie można wyznaczyć ryzyko poniesienia kosztów ich wymian. Roczne przebiegi pojazdów badanej floty wynoszą około 60 tys. km. Stąd ryzyko poniesienia kosztów mierzone oczekiwanym kosztem obsługi korekcyjnych spowodowanych wymianą tego układu przy dalszym przebiegu pojazdów od $l_1 = 300\,000$ [km] do $l_2 = 360\,000$ [km] wynosi około 1224[PLN], co przy flocie 45 pojazdów czyni kwotę około 55081[PLN]. Z kolei, najbardziej prawdopodobny łączny koszt obsługi korekcyjnych dla floty 45 pojazdów z powodu wymian tego układu wyznaczony ze wzoru (8) wynosi 43 tys.[PLN]. Natomiast oczekiwany przebieg pojazdu do trzeciej obsługi związanej z wymianą tego układu wynosi 3 170 242km.

5. Koszty obsługi korekcyjnych wyróżnionej grupy uszkadzających się części pojazdu

Bardzo praktycznymi własnościami procesu Poissona w ocenie kosztów obsługi korekcyjnych pojazdu z powodu niezależnego uszkadzania się części z wyróżnionej grupy G jest zarówno własność superpozycji procesów Poissona jak i własność dekompozycji procesu Poissona [1], [12].

Własność 6 (superpozycja procesów Poissona). Jeżeli liczby obsługi korekcyjnych pojazdu z powodu wymian części ze zbioru G , dla przebiegu $l > 0$ są niezależne i mają rozkłady Poissona, tj. $N_i(l) \sim \text{Poisson}(\lambda_i l)$, $i \in G$, to łączna liczba obsługi korekcyjnych pojazdu $N_G(l_1, l_2)$ z powodu wymian części ze zbioru G przy planowanym dalszym jego przebiegu (l_1, l_2) ma rozkład Poissona z parametrem $(l_2 - l_1) \sum_{i \in G} \lambda_i$, tj.

$$\Pr(N_G(l_1, l_2) = n) = \frac{((l_2 - l_1) \sum_{i \in G} \lambda_i)^n}{n!} \exp(-(l_2 - l_1) \sum_{i \in G} \lambda_i). \quad (16)$$

Korzystając z własności 4 można teraz wyznaczyć łączny losowy koszt $C_G(l_1, l_2 | c_i, i \in G)$ obsługi korekcyjnych pojazdu z powodu wymian części z grupy G dla przebiegu (l_1, l_2)

$$C_G(l_1, l_2 | c_i, i \in G) = \sum_{i \in G} C_i(l_1, l_2 | c_i). \quad (17)$$

Stąd oczekiwany łączny koszt $\mathbb{E}C_G(l_1, l_2 | c_i, i \in G)$ i wariancja łącznego kosztu $\mathbb{D}^2 C_G(l_1, l_2 | c_i, i \in G)$ są następujące:

$$\mathbb{E}C_G(l_1, l_2 | c_i, i \in G) = \sum_{i \in G} c_i \lambda_i (l_2 - l_1), \quad (18)$$

$$\mathbb{D}^2 C_i(l_1, l_2 | c_i) = \sum_{i \in G} c_i^2 \lambda_i (l_2 - l_1). \quad (19)$$

Własność 7 (dekompozycja procesu Poissona). Jeżeli łączna liczba $N_G(l)$ korekcyjnych obsługi pojazdu dla przebiegu $l > 0$, z powodu niezależnych wymian części ze zbioru G , jest procesem Poissona z intensywnością uszkodzeń λ_G , a prawdopodobieństwo obsługi korekcyjnej pojazdu spowodowanej uszkodzeniem się i -tej części w tym czasie wynosi p_i , przy czym $N_G(l) = \sum_{i \in G} N_i(l)$ i $\sum_{i \in G} p_i = 1$, to

$$\Pr(N_i(l_1, l_2) = n_i, i \in G) = \prod_{i \in G} \frac{(p_i \lambda (l_2 - l_1))^{n_i}}{n_i!} \exp(-p_i \lambda (l_2 - l_1)) \quad (20)$$

Wzór (20) pozwala wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa liczby wymian poszczególnych części ze zbioru G przy planowanym dalszym przebiegu pojazdu (l_1, l_2) .

Korzystając z własności 7 można w alternatywny sposób wyznaczyć oczekiwany koszt obsługi korekcyjnych spowodowanych niezależnymi uszkodzeniami części ze zbioru G . Ryzyko poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych floty n pojazdów (na podstawie danych eksploatacyjnych floty do przebiegu l_0) związanych z wymianą części ze zbioru G przy plano-

wanym dalszym przebiegu (l_1, l_2) [km] ($0 < l_0 \leq l_1 < l_2 < \infty$) – przyjmując kryterium oczekiwanych kosztów – wyraża się wzorem:

$$\mathbb{E}C_G(l_1, l_2, n | c_i, i \in G) = \sum_{i \in G} c_i p_i \lambda n (l_2 - l_1) \quad (21)$$

Jeżeli do oceny ryzyka poniesienia kosztów przyjęte zostanie kryterium najbardziej prawdopodobnego kosztu, to

$$C_G^{Mo}(l_1, l_2, n | c_i, i \in G) = \sum_{i \in G} c_i [n \lambda_i (l_2 - l_1)] \quad (22)$$

lub

$$C_G^{Mo}(l_1, l_2, n | c_i, i \in G) = \sum_{i \in G} c_i [n p_i \lambda (l_2 - l_1)] \quad (23)$$

Przedstawione metody oceny ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych wymagają spełnienia dość silnych założeń dotyczących strumieni uszkodzeń. Z przeprowadzonych badań niezawodnościowych wynika, że tylko niewielka grupa uszkadzających się części pojazdu spełnia te założenia. Niemniej przedstawione stochastyczne metody prognozowania kosztów stanowią dobrą podstawę do rozwijania metod stochastycznych metod prognozowania kosztów dla części pojazdu, które spełniają słabsze założenia.

6. Studium przypadku dla wytypowanej grupy części

Z badań statystycznych obsługi korekcyjnych najkosztowniejszych części z 15-tej grupy konstrukcyjnej strumień uszkodzeń zadajnika jazdy okazał się najbliższy poissonowskiego strumienia. Natomiast strumienie uszkodzeń modułu rejestratorów i modułu głównego monitoringu nie wykazały istotnej różnicy ze strumieniem poissonowskim, charakteryzującym się stałą intensywnością uszkodzeń. Z kolei proces uszkodzeń zespołu montażowego charakteryzował się istotnie malejącą intensywnością, więc nie spełniał przyjętego wymogu. Wśród kosztownych obsługi korekcyjnych spoza 15-grupy konstrukcyjnej do strumienia poissonowskiego zbliżony był strumień uszkodzeń agregatu ciśnienia. Ze zidentyfikowanych części, których strumienie uszkodzeń nie różniły się istotnie od poissonowskiego strumienia utworzona została grupa G . Opisane w poprzednim punkcie podstawy teoretyczne metod oceny ryzyka poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych zostały zastosowane dla zidentyfikowanej grupy części G . Grupa części G złożona jest z agregatu ciśnienia, układu rejestratora zdarzeń, modułu rejestratorów, modułu głównego monitoringu i zadajnika jazdy. Każda z tych części występuje jednokrotnie w pojeździe. Dane statystyczne dotyczące liczby obsługi korekcyjnych i kosztów obsługi związanych z wymianą tych części dla floty 45 pojazdów zestawione są w tabeli 1.

l.p.	Nazwa części	Grupa konstrukcyjna	Liczba obsługa	Łączne koszty obsługi [PLN]
1	Agregat ciśnienia	11	27	610 200
2	Układ rejestratora zdarzeń	15	11	237 138
3	Moduł rejestratorów	15	12	184 920
4	Moduł główny monitoringu	15	54	287 712
5	Zadajnik jazdy	15	23	208 357

Tabela 1. Dane dotyczące kosztów obsługi korekcyjnych z powodu wymiany wybranych części pojazdu (opracowanie własne).

Wyniki przeprowadzonej estymacji punktowej i przedziałowej parametrów dwuparametrowego rozkładu Weibulla dla wytypowanych części pojazdu zestawione są w tabeli 2. Przyjęto założenie, że rozkłady przebiegów pomiędzy uszkodzeniami należą do rodzin dwuparametrowych rozkładów Weibulla z parametrami określonymi przez funkcję gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(l|\beta, \eta) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{l}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{l}{\eta}\right)^{\beta}\right) \mathbb{I}_{(0, \infty)}(l), \quad (24)$$

gdzie $\eta > 0$ jest parametrem skali, a $\beta > 0$ jest parametrem kształtu.

Do estymacji parametrów rozkładu Weibulla z danymi prawostronnie obciążonymi zastosowano metodę największej wiarygodności (MLE – maximum-likelihood estimation) [9]. W tabeli 2 zestawiono wyniki estymacji punktowej i przedziałowej dla parametrów rozkładu Weibulla. Przyjęto 95% poziom ufności.

l.p.	Nazwa części	Dolny koniec przedziału dla β	$\hat{\beta}$	Górny koniec przedziału dla β	Dolny koniec przedziału dla η	$\hat{\eta}$	Górny koniec przedziału dla η
1	Agregat ciśnienia	0,6954	1,0932	1,7187	293 870	635 599	1 145 688
2	Układ rejestratora zdarzeń	0,54656	0,9117	1,52082	450 409	1 209 913	3 250 134
3	Moduł rejestratorów	0,71235	1,0414	1,52245	469 975	731 6 49	1 139 018
4	Moduł główny monitoringu	0,77217	0,96850	1,21475	190126	253 444	337 850
5	Zadajnik jazdy	0,62877	1,02535	1,67208	297 741	664 105	1 481 273

Tabela 2. Wyniki estymacji parametrów przebiegu części przy założeniu dwuparametrowego rozkładu Weibulla.

Na podstawie danych eksploatacyjnych nie można odrzucić na przyjętym poziomie istotności 0,05 hipotez o wykładniczości przebiegów do uszkodzenia części z grupy G . Stąd dalsze wnioskowanie oparte jest na założeniu spełniania poissonowskiego strumienia uszkodzeń. Dla wytypowanych części wyniki estymacji oczekiwanego przebiegu do uszkodzenia, 95% przedziały ufności dla oczekiwanego przebiegu oraz intensywności ich uszkodzeń zestawione są w tabeli 3.

l.p.	Nazwa części	Confidence Bounds Lower	Mean Time (km)	Confidence Bounds Upper	Failure Rate [1/km]
1	Agregat ciśnienia	376 975	554 163	814 633	0,0000018045
2	Układ rejestratora zdarzeń	613 590	1 056 719	1 819 870	0,0000009463
3	Moduł rejestratorów	508 933	765372	1151023	0,0000013066
4	Moduł główny monitoringu	186 564	241 867	313 564	0,0000041345
5	Zadajnik jazdy	397 799	602 362	912 119	0,0000016601

Tabela 3. Wyniki estymacji parametrów przebiegu części przy założeniu wykładniczości.

Na podstawie oszacowanych intensywności uszkodzeń oraz jednostkowych kosztów obsługi korekcyjnych związanych z wymianami wyróżnionej grupy części G wyznaczone zostało ryzyko poniesienia kosztów obsługi korekcyjnych z powodu wymiany tych części dla przyjętego dalszego rocznego przebiegu pojazdów badanej floty od $l_1 = 300\ 000$ [km] do $l_2 = 360\ 000$ [km].

l.p.	Nazwa części	Prognozowane koszty [PLN]		Najbardziej prawdopodobne koszty dla floty [PLN]
		dla pojazdu	dla floty	
1	Agregat ciśnienia	2447	110111	90400
2	Układ rejestratora zdarzeń	1224	55081	43116
3	Moduł rejestratorów	1208	54364	46230
4	Moduł główny monitoringu	1322	59477	58608
5	Zadajnik jazdy	902	40605	36236

Tabela 4. Prognozowane koszty obsługi korekcyjnych części z grupy G w ciągu następnego roku eksploatacji.

Prognozowany łączny koszt obsługi korekcyjnych związanych z wymianą części z grupy G dla jednego pojazdu wynosi 7100 [PLN], co przy flocie 45 pojazdów wyniesie prawie 320 000 [PLN]. Z kolei prognoza oparta na najbardziej prawdopodobnym koszcie obsługi korekcyjnych dla tych części wynosi dla floty pojazdów 274 590 [PLN].

7. Podsumowanie

Przedstawione w pracy stochastyczne modelowanie kosztów obsługi korekcyjnych z uwzględnieniem charakterystyk niezawodnościowych obiektów naprawialnych, jakimi są

pojazdy, stanowi doskonałą metodę wspomaganie procesów decyzyjnych w ich utrzymaniu i pozwala na bardziej racjonalną eksploatację floty pojazdów transportu publicznego.

Jako wynik prowadzonych badań przedstawiono istotę stochastycznego prognozowania kosztów wybranych usług korekcyjnych środków transportu miejskiego, co ma kluczowe znaczenie we wspomaganie efektywnego zarządzania eksploatacją floty pojazdów.

Opracowane metody zostały wdrożone do oceny kosztów usług korekcyjnych floty pojazdów transportu miejskiego. Parametry modeli procesów usług korekcyjnych pojazdów zostały oszacowane na podstawie bazy danych eksploatacyjnych zawierającej informacje z okresu 5-ciu lat eksploatacji jednorodnej floty tramwajów. Do prognozowania kosztów usług korekcyjnych zidentyfikowane zostały części pojazdu spełniające przyjęte założenia dotyczące poissonowskiego strumienia wymian.

Problematyka kosztów usług korekcyjnych jest aktualna ze względu na rozwijane współcześnie praktyczne możliwości procesowego postrzeganie działalności firm transportowych i jest niezbędna w badaniu kosztów cyklu życia środków transportu. W ostatecznym kształcie przedstawione metody mają na celu wspomaganie informatycznego systemu zarządzania eksploatacją floty pojazdów transportu miejskiego.

Dalszy rozwój prowadzonych badań autorzy widzą w takim osłabianiu założeń modeli procesów uszkodzeń, aby można było poszerzyć możliwości aplikacyjne w badaniu kosztów usług korekcyjnych. Wiedza dotycząca usług korekcyjnych jest niezbędna w optymalizacji usług prewencyjnych i obniżaniu wymuszonych kosztów przestojów pojazdów. Na zakończenie warto podkreślić, że w ostatnich latach prowadzone są intensywne badania dotyczące optymalizacji strategii i metod obsługi obiektów technicznych [8], [15], [16], [26], [27].

Podziękowanie

Badania sfinansowane przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju – Program Badań Stosowanych PBS III/B6/30/2015 oraz ze środków na działalność statutową 04/43/DSPB/0104 i 05/51/DSPB/3551.

Bibliografia

1. Andrzejczak K.: Stochastic modelling of the repairable system, Journal of KONBiN 3(35) 2015, 5-14.

2. Andrzejczak K.: Methods of the forecasting in the modeling of means of transport maintenance (in Polish). Rozprawy nr 496. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2013.
3. Andrzejczak K., Selech J.: Quantile analysis of the operating costs of public transport fleet, *Transport Problems*, vol. 12 (3), 103-111, 2017.
4. Andrzejczak K, Selech J., Investigating the trends of average costs of corrective maintenance of public transport vehicles, *Journal of KONBiN* 41(2017), 207-226. DOI 10.1515/jok-2017-0011.
5. Andrzejczak K., Młyńczak M., Selech J. Assessment model of operational effectiveness related to newly operated public means of transport. *Proceedings of the 27th European Safety and Reliability Conference (ESREL 2017)*, Portorož, Slovenia, Editors: Marko Čepin, Radim Briš, pages 3455-3461.
6. Ascher H., Feingold H.: *Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and their Causes*. Marcel Decker, New York, 1984.
7. Bobrowski D.: *Modele i metody matematyczne teorii niezawodności w przykładach i zadaniach*. 1985, Warszawa, WNT.
8. Chen Y., Cowling P., Polack F., Remde S., Mourdjis P., Dynamic optimisation of preventative and corrective maintenance schedules for a large scale urban drainage system. *European Journal of Operational Research*, 257 (2), 494-510. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.07.027>
9. Ferreira L.A., Silva J.L. Parameter estimation for Weibull distribution with right censored data using EM algorithm. *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2017; 19(2): 310–315, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2017.2.20> .
10. Grabski F.: Stochastyczny model bezpieczeństwa obiektu w procesie eksploatacji. *Problemy Eksploatacji*, 1/2011 (80), 89-102.
11. Grabski F.: Nonhomogenous Poisson process application to modeling accidents number at Baltic Sea waters and ports, *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety and Reliability Seminars*, Vol. 8, Number 1, 2017, 39-46.
12. Joki-Rokita A., Magiera R.: (2010). Parameter estimation in non-homogeneous Poisson process models for software reliability. Technical report, Wrocław University of Technology, Institute of Mathematics and Computer Science.
13. Knopik L, Migawa K. Multi-state model of maintenance policy. *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2018; 20 (1): 125–130, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2018.1.16>.

14. Kusz A., Marciniak A., Skwarcz J. Implementation of computation process in a bayesian network on the example of unit operating costs determination. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2015; 17 (2): 266–272, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2015.2.14>.
15. Legát V, Mošna F, Aleš Z, Jurča V. Preventive maintenance models – higher operational reliability. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2017; 19 (1): 134–141, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2017.1.19>.
16. Lee H, Cha J H. New stochastic models for preventive maintenance and maintenance optimization. *European Journal of Operational Research* 2016; 255 (1): 80-90, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.04.020>.
17. Macián V, Tormos B, Riechi J. Time replacement optimization model: comparative analysis of urban transport fleets using Monte Carlo Simulation. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2017; 19 (2): 151–157, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2017.2.1>
18. Młyńczak M. 2012. *Metodyka badań eksploatacyjnych obiektów technicznych*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, s. 204.
19. Nakagawa T.: *Stochastic Processes with Applications to Reliability Theory*. Springer, 2011.
20. Nataša Kontrec, Stefan Panić, Milena Petrović, Hranislav Milošević. A stochastic model for estimation of repair rate for system operating under performance based logistics. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2018; 20 (1): 68–72, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2018.1.9>.
21. Nowakowski T, Młyńczak M, Werbińska-Wojciechowska S, Dziaduch I, Tubis A. Life Cycle Costs of passenger transportation system. Case study of Wrocław city agglomeration 5. *JPSRA* 2014; 5: 109-120.
22. Omdahl T.P., ed.: *Reliability, Availability and Maintainability (RAM) Dictionary*, ASQC Quality Press, Milwaukee, Wisconsin, 1988.
23. Pogačnik B, Duhovnik J, Tavčar J. Aircraft fault forecasting at maintenance service on the basis of historic data and aircraft parameters. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2017; 19 (4): 624–633, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2017.4.17>.
24. Raposo H, Farinha JT, Ferreira L, Galar D. An integrated econometric model for bus replacement and determination of reserve fleet size based on predictive maintenance. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2017; 19 (3): 358–368, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2017.3.6>.

25. Rymarz J, Niewczas A, Krzyżak A. Comparison of operational availability of public city buses by analysis of variance. *Eksploatacja i Niezawodność–Maintenance and Reliability* 2016; 18 (3):373–378, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2016.3.8>.
26. Sharma A, Yadava G S, Deshmukh S G. A literature review and future perspectives on maintenance optimization, *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 2011; 17 (1): 5 – 25, <https://doi.org/10.1108/13552511111116222>.
27. Stenström C, Norrbin P, Parida A, Kumar U. Preventive and corrective maintenance - cost comparison and cost-benefit analysis. *Structure and Infrastructure Engineering* 2016; 12 (5): 603-617, <https://doi.org/10.1080/15732479.2015.1032983>.