

Dr hab. inż. Mariusz ZIEJA

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych
ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa 96
e-mail: mariusz.zieja@itwl.pl

Dr inż. Mariusz WAŻNY

Wydział Mechatroniki i Lotnictwa
Wojskowa Akademia Techniczna
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa 49
e-mail: mwazny@wat.edu.pl

Dr inż. Sławomir STĘPIEŃ

Wydział Mechatroniki i Lotnictwa
Wojskowa Akademia Techniczna
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa 49
e-mail: sstepien@wat.edu.pl

Zarys metody szacowania trwałości elementów lub zespołów urządzeń z zachowaniem wymaganego poziomu niezawodności

Słowa kluczowe: niezawodność, trwałość, funkcja gęstości stan dopuszczalny, starzenie, zużywanie

Streszczenie: Praca zawiera probabilistyczną metodę oceny trwałości elementów lub zespołów urządzeń pracujących w warunkach oddziaływania procesów destrukcyjnych. W wyniku działania tychże procesów następuje zużywanie powodujące pogorszenie warunków ich współpracy. Przyjmuje się, że element pracuje niezawodnie, gdy zużycie nie przekracza wartości dopuszczalnych (granicznych). Metoda od strony matematycznej bazuje na równaniu różnicowym z którego po przekształceniu otrzymuje się równanie różniczkowe cząstkowe typu Fokkera-Plancka. Z rozwiązania szczególnego tego równania otrzymuje się funkcję gęstości prawdopodobieństwa zużywania w postaci rozkładu normalnego. W pracy przedstawione są dwa sposoby wyznaczania trwałości. Pierwszy polega na wykorzystaniu funkcji gęstości zużywania a drugi na wyznaczeniu funkcji gęstości prawdopodobieństwa czasu osiągnięcia stanu dopuszczalnego i zastosowanie jej do wyznaczenia trwałości elementu lub zespołu. W pracy przedstawiono przykład liczbowy dotyczący procesu eksploatacji techniki lotniczej.

1. Wstęp

W dostępnej literaturze można znaleźć szereg prac, które pokazują problem wpływu środowiska zewnętrznego, procesów starzenia i zużywania na funkcjonowanie systemu technicznego [4,9,13,16,17,21]. Ze względu na zaawansowanie techniczne i duży stopień integracji urządzeń wykorzystywanych na pokładzie wojskowych statków powietrznych opracowanie optymalnych modeli eksploatacji jest zadaniem skomplikowanym. Niezwykle użyteczne w tym obszarze są metody oceny niezawodności i trwałości urządzeń lotniczych bazujące na zmianie parametrów diagnostycznych [6,7,8,12,15,20].

Niniejsza praca zawiera probabilistyczną metodę oceny trwałości elementów i zespołów urządzenia pracującego w warunkach oddziaływania procesów starzeniowych (korozyjnych, zużyciowych i innych) w urządzeniach statku powietrznego [15,18.19]. Stan techniczny niektórych urządzeń lotniczych można oceniać przy pomocy parametrów diagnostycznych. Ocena ta wymaga znajomości granicznych (dopuszczalnych) wartości dla których uznaje się, że urządzenie lub zespół jest w stanie zdatności do użycia.

W proponowanym modelu oceny trwałości przyjmuje się następujące założenia:

- stan techniczny urządzenia określa się jednym parametrem diagnostycznym „z” w postaci odchyłki parametru od wartości nominalnej,

$$z = |X - X^{norm}|, \quad (1)$$

gdzie:

X – wartość bieżąca parametru diagnostycznego,
 X^{norm} – wartość nominalna parametru diagnostycznego;

- zmiana wartości odchyłki parametru diagnostycznego następuje w całym okresie eksploatacji (pracy i postoju);
- parametr „z” jest niemalejący, ponieważ określony jest przez wartość bezwzględną różnicy wartości bieżącej i wartości nominalnej;
- prędkość narastania odchyłki parametru diagnostycznego można w przypadku zmian losowych opisać następującą zależnością:

$$\frac{dz}{dt} = c, \quad (2)$$

gdzie:

c – zmienna losowa charakteryzująca podatność elementu na zmiany starzeniowe w zależności od jego cech i warunków pracy,
 t – czas kalendarzowy.

2. Metoda szacowania trwałości elementu urządzenia z wykorzystaniem funkcji gęstości odchyłki parametru diagnostycznego

2.1. Wyznaczenie funkcji gęstości odchyłki z uwzględnieniem zależności (1)

Dynamika zmian wartości odchyłki „z” w ujęciu losowym scharakteryzujemy następującym równaniem różnicowym

$$U_{z,t+\Delta t} = (1 - P)U_{z,t} + PU_{z-\Delta z,t}, \quad (3)$$

gdzie:

$U_{z,t}$ - prawdopodobieństwo tego, że w chwili t wartość parametru diagnostycznego przyjmuje wartość z ;
 P - prawdopodobieństwo zdarzenia, że występuje losowe zużywanie i w przedziale czasu o długości Δt wartość odchyłki wzrośnie o wartość Δz ;
 Δz - przyrost odchyłki.

Dla przypadku, gdy $P=1$ równanie (3) w zapisie funkcyjnym przyjmie postać:

$$u(z, t + \Delta t) = u(z - \Delta z, t). \quad (4)$$

Równanie (4) ma następujący sens: prawdopodobieństwo tego, że w chwili $t + \Delta t$ wartość odchyłki będzie równa z jest równe prawdopodobieństwu tego, że w chwili t wartość odchyłki była równa $z - \Delta z$. Oznacza to, że z z prawdopodobieństwem równym jedności, w przedziale czasu o długości Δt , odchyłka wzrośnie o wartość Δz .

Równanie (4) przekształcamy w równanie różniczkowe cząstkowe. W tym celu przyjmujemy następujące przybliżenia [1,2]:

$$u(z, t + \Delta t) = u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \Delta t, \quad (5)$$

$$u(z - \Delta z, t) = u(z, t) - \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \Delta z + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} (\Delta z)^2. \quad (6)$$

Wykorzystując (5) i (6) to równanie (4) przyjmuje następującą postać:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = -b \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} a \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2}, \quad (7)$$

gdzie:

$b = E[c]$ - średni przyrost wartości odchyłki parametru diagnostycznego na jednostkę czasu;

$a = E[c^2]$ - średni kwadrat przyrostu odchyłki parametru diagnostycznego na jednostkę czasu.

Szukamy rozwiązania szczególnego równania (7) takiego, które przy $t \rightarrow 0$ jest zbieżna do tzw. funkcji Diraca, tj. $u(z, t) \rightarrow 0$ dla $z \neq 0$ i $u(0, t) \rightarrow +\infty$, ale w ten sposób, że całka funkcji u jest równa „1” dla wszystkich $t > 0$.

Rozwiązanie równania (7) dla wyżej określonego warunku przyjmuje postać [3,11,14]:

$$u(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A(t)}} e^{-\frac{(z-B(t))^2}{2A(t)}}, \quad (8)$$

gdzie: $B(t) = \int_0^t b dt = bt = \bar{c}t, \quad A(t) = \int_0^t a dt = at = \bar{c}^2 t.$

Wartość 0 w dolnych granicach całek oznacza przyjętą, początkową chwilę czasu, od której rozpatrujemy dynamikę zmian wartości parametru diagnostycznego - może to być np. moment wprowadzenia danego urządzenia do eksploatacji.

Funkcję gęstości (8) narastania odchyłki parametru diagnostycznego można wykorzystać do oceny niezawodności elementu rozpatrywanego urządzenia.

2.2. Określenie niezawodności i trwałości elementu lub zespołu urządzenia

Dysponując określoną funkcją gęstości można zapisać zależność na niezawodność i trwałość ze względu na czas narastania odchyłki parametru do wartości granicznej. Wzór przyjmuje postać

$$R(t) = \int_{-\infty}^{z_d} u(z, t) dz, \quad (9)$$

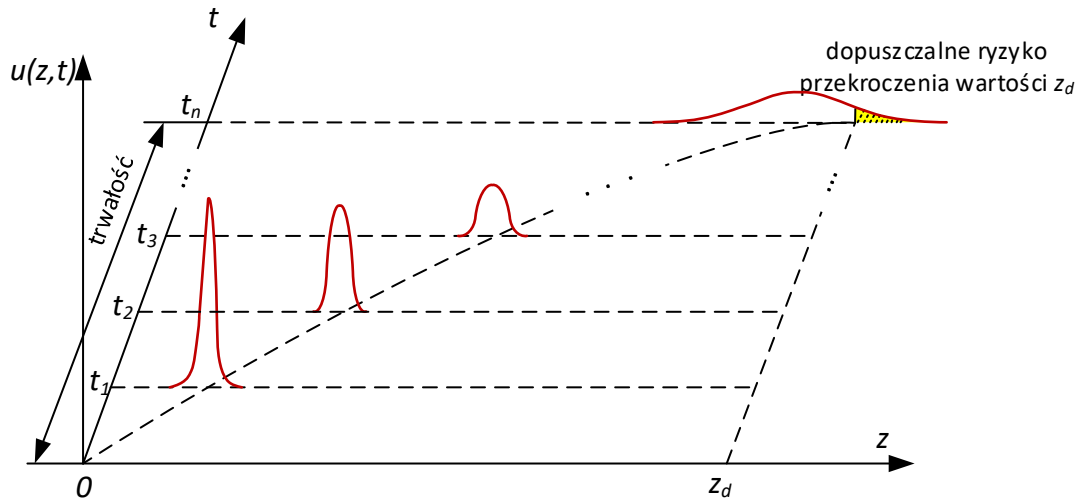
gdzie:

$u(z, t)$ - funkcja gęstości określona zależnością (8);

z_d - dopuszczalna wartość odchyłki parametru diagnostycznego ze względu na bezpieczeństwo;

t - czas kalendarzowy eksploatacji urządzenia.

Na rysunku 1 przedstawiono schemat przebiegu funkcji gęstości i sposobu określenia niezawodności oraz trwałości.



Rys. 1. Schemat zmian postaci funkcji gęstości

Zależność (9) z uwzględnieniem (8), przyjmuje postać:

$$R(t) = \int_{-\infty}^{z_d} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz \quad (10)$$

Zakładając minimalną, wymaganą wartość niezawodności R^* można określić czas t^* , po którym niezawodność spadnie poniżej wymaganego poziomu. Czas t^* można traktować jako trwałość danego elementu dla żądanej, dopuszczalnej wartości niezawodności.

W tym przypadku otrzymujemy:

$$R^* = \int_{-\infty}^{z_d} \frac{1}{\sqrt{2\pi at^*}} e^{-\frac{(z-bt^*)^2}{2at^*}} dz \quad (11)$$

3. Metoda szacowania trwałości z wykorzystaniem funkcji gęstości czasu przekroczenia stanu dopuszczalnego (granicznego)

3.1. Wyznaczanie rozkładu czasu przekraczania stanu dopuszczalnego (granicznego)

Prawdopodobieństwo przekroczenia wartości dopuszczalnej (granicznej) przez parametr diagnostyczny z wykorzystaniem funkcji gęstości zmian odchyłki parametru diagnostycznego (8) można przedstawić w postaci:

$$Q(t; z_d) = \int_{z_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz, \quad (12)$$

Funkcję gęstości rozkładu czasu pierwszego przejścia poza wartość dopuszczalną z_d przyjmuje postać:

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} Q(t; z_d) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz. \quad (13)$$

Zatem,

$$f(t) = \int_{z_d}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} \right] \right\} dz. \quad (14)$$

Przyjmując określenie (8) otrzymujemy:

$$f(t) = \int_{z_d}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} u(z, t) \right\} dz. \quad (15)$$

Ponadto pochodna po czasie funkcji (8) przyjmuje następującą postać

$$\frac{\partial}{\partial t} [u(z, t)] = u(z, t) \left(\frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2at^2} \right). \quad (16)$$

Zależność (16) podstawiono do (14)

$$f(t) = \int_{z_d}^{\infty} \left[u(z, t) \left(\frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2at^2} \right) \right] dz. \quad (17)$$

Szukamy teraz funkcji pierwotnej dla funkcji podcałkowej w zależności (17). Przewidujemy, że funkcja postaci:

$$w(z, t) = u(z, t)\theta(z, t),$$

jest funkcją pierwotną dla funkcji podcałkowej zależności (17), gdzie $\theta(z, t)$ jest poszukiwaną, nieznaną funkcją.

Czyli

$$\frac{\partial}{\partial z} [u(z, t)\theta(z, t)] = u(z, t) \left(\frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2at^2} \right),$$

Po przekształceniach uzyskujemy następujące równanie:

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial z} - \frac{z - bt}{at} \theta(z, t) = \frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2at^2}. \quad (18)$$

Równanie jednorodne:

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial z} - \frac{z - bt}{at} \theta(z, t) = 0.$$

Rozwiązanie równania jednorodnego:

$$\theta_o(z, t) = C e^{\frac{z^2 - 2btz}{2at}},$$

gdzie: C - stała dowolna

Przewidywane rozwiązanie szczególne równania niejednorodnego ma postać:

$$\theta_s(z, t) = -\frac{z + bt}{2t}$$

Sprawdzono, że powyższe rozwiązanie spełnia równanie (18). Rozwiązanie ogólne równania niejednorodnego:

$$\theta(z, t) = C e^{\frac{z^2 - 2btz}{2at}} - \frac{z + bt}{2t},$$

Czyli poszukiwana funkcja pierwotna całki (17) ma postać:

$$w(z, t) = u(z, t) \left[C e^{\frac{z^2 - 2btz}{2at}} - \frac{z + bt}{2t} \right],$$

Zatem obliczając całkę (17) w podanych granicach otrzymujemy

$$\begin{aligned} f(t) &= u(z, t) \left[C e^{\frac{z^2 - 2btz}{2at}} - \frac{z + bt}{2t} \right]_{z_d}^{\infty} = C u(z, t) e^{\frac{z^2 - 2btz}{2at}} \Big|_{z_d}^{\infty} - u(z, t) \frac{z + bt}{2t} \Big|_{z_d}^{\infty} = \\ &= C \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{\frac{b^2 t}{2a}} \Big|_{z_d}^{\infty} - u(z, t) \frac{z + bt}{2t} \Big|_{z_d}^{\infty} = 0 - 0 + u(z_d, t) \frac{z_d + bt}{2t} \end{aligned}$$

$$f(t) = \frac{z_d + bt}{2t} u(z_d, t). \quad (19)$$

Zależność (19) określa funkcję gęstości czasu pierwszego przejścia stanu dopuszczalnego (granicznego) przez odchyłkę parametru diagnostycznego. Należy sprawdzić, czy funkcja (19) jest funkcją gęstości czasu osiągnięcia stanu dopuszczalnego (granicznego). Funkcja ta ma postać:

$$f(t) = \frac{z_d + bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_d - bt)^2}{2at}}. \quad (20)$$

Funkcja (20) powinna spełniać warunek

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1. \quad (21)$$

Dla wykazania słuszności (21) przedstawia się następujące uzasadnienia

$$\int_0^{\infty} \frac{z_d + bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_d - bt)^2}{2at}} dt = 1. \quad (22)$$

W celu obliczenia całki występującej we wzorze (22) stosujemy następujące podstawienie:

$$w = \frac{z_d - bt}{\sqrt{at}} \Rightarrow dt = -\frac{2t\sqrt{at}}{z_d + bt} dw. \quad (23)$$

Przekształcenie granic całkowania

$$t = 0 \Rightarrow w = \infty$$

$$t = \infty \Rightarrow w = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{z_d - bt}{\sqrt{at}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2b\sqrt{at}}{a} = -\infty. \quad (24)$$

Po podstawieniu do wyjściowej całki otrzymujemy:

$$\int_0^{\infty} \frac{z_d + bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_d - bt)^2}{2at}} dt = -\int_{\infty}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw. \quad (25)$$

Powyższa całka jest całką z rozkładu normalnego $N(0,1)$ w granicach od $-\infty$ do $+\infty$ i jest równa jedności. Na tej podstawie można stwierdzić, że:

$$\int_0^{\infty} \frac{z_d + bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_d - bt)^2}{2at}} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw = 1. \quad (26)$$

3.2. Ocena trwałości wybranych elementów konstrukcji statku powietrznego z wykorzystaniem rozkładu czasu osiągnięcia stanu dopuszczalnego

Wzór na niezawodność elementu konstrukcyjnego statku powietrznego przyjmuje postać:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(\tau) d\tau, \quad (27)$$

gdzie funkcja gęstości $f(t)$ określona jest wzorem (19).

Natomiast, zawodność elementu konstrukcyjnego statku powietrznego można wyznaczyć z zależności

$$Q(t) = \int_0^t \frac{z_d + b\tau}{2\tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi a\tau}} e^{-\frac{(z_d - b\tau)^2}{2a\tau}} d\tau. \quad (28)$$

Całkę występującą w zależności (27) oraz (28) należy przekształcić do dogodniejszej postaci:

$$\int_0^t \frac{z_d + b\tau}{2\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi a\tau}} e^{-\frac{(z_d - b\tau)^2}{2a\tau}} d\tau = \left| \begin{array}{l} w = \frac{z_d - b\tau}{\sqrt{a\tau}} \quad \tau = 0 \Rightarrow w = \infty \\ d\tau = -\frac{2\tau\sqrt{a\tau}}{z_d + b\tau} dw \quad \tau = t \Rightarrow w = \frac{z_d - bt}{\sqrt{at}} \end{array} \right| = - \int_{\infty}^{\frac{z_d - bt}{\sqrt{at}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw$$

Po zamianie granic całowania otrzymujemy

$$\int_0^t \frac{z_d + b\tau}{2\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi a\tau}} e^{-\frac{(z_d - b\tau)^2}{2a\tau}} d\tau = \int_{\frac{z_d - bt}{\sqrt{at}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw \quad (29)$$

Niezawodność danego elementu przyjmie postać:

$$R(t) = 1 - \int_{\frac{z_d - bt}{\sqrt{at}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw, \quad (30)$$

lub

$$R(t) = \int_{-\infty}^{\frac{z_d - bt}{\sqrt{at}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw. \quad (31)$$

Całka występująca we wzorze (31) jest wartością dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0,1)$ dla argumentu występującego w górnej granicy całkowania. Ponownie zakładając wymaganą, minimalną wartość niezawodności R^* możemy wyznaczyć trwałość t^* .

$$R^* = \int_{-\infty}^{\frac{z_d - bt^*}{\sqrt{at^*}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw. \quad (32)$$

Skorzystanie w obliczeniach ze wzoru (11) lub (32) wymaga oszacowania wartości współczynników a oraz b . Oszacowania tego dokonuje się na podstawie danych uzyskanych z procesu eksploatacji statku powietrznego.

4. Przykład liczbowy

W celu określenia trwałości rozpatrywanego elementu należy wyznaczyć (oszacować) wartości stałych a oraz b . W tym celu przyjmujemy, że z obserwacji badanego urządzenia w procesie eksploatacji posiadamy dane o narastaniu wartości odchyłki parametru diagnostycznego w postaci

$$[(z_0, t_0), (z_1, t_1), (z_2, t_2), \dots, (z_n, t_n)]. \quad (33)$$

Najlepszą metodą do wyznaczania wartości „ b ” i „ a ” dla posiadanych danych jest metoda wykorzystująca funkcję wiarygodności. Jej postać w ogólnym przypadku możemy przedstawić jako zależność:

$$L = \prod_{k=0}^{n-1} g(t_k, z_k, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m), \quad (34)$$

gdzie:

- $g(t_k, z_k, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa całkowitego zmiennej z ;
- $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$ – parametry funkcji gęstości;
- z_k – pomierzone wartości zużycia parametru z odpowiednio w chwilach czasu (t_1, t_2, \dots, t_k) .

Znalezienie oszacowań $\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_m^*$ nieznanymi parametrami $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ metodą największej wiarygodności sprowadza się do rozwiązania równań postaci:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} = 0, \quad (35)$$

gdzie:

$$j=1, 2, \dots, m;$$

m - liczba parametrów charakteryzujących proces zużycia danego obiektu technicznego.

W tym przypadku oszacowanie b^* i a^* nieznanymi parametrami b i a metodą największej wiarygodności sprowadza się do rozwiązania układu równań:

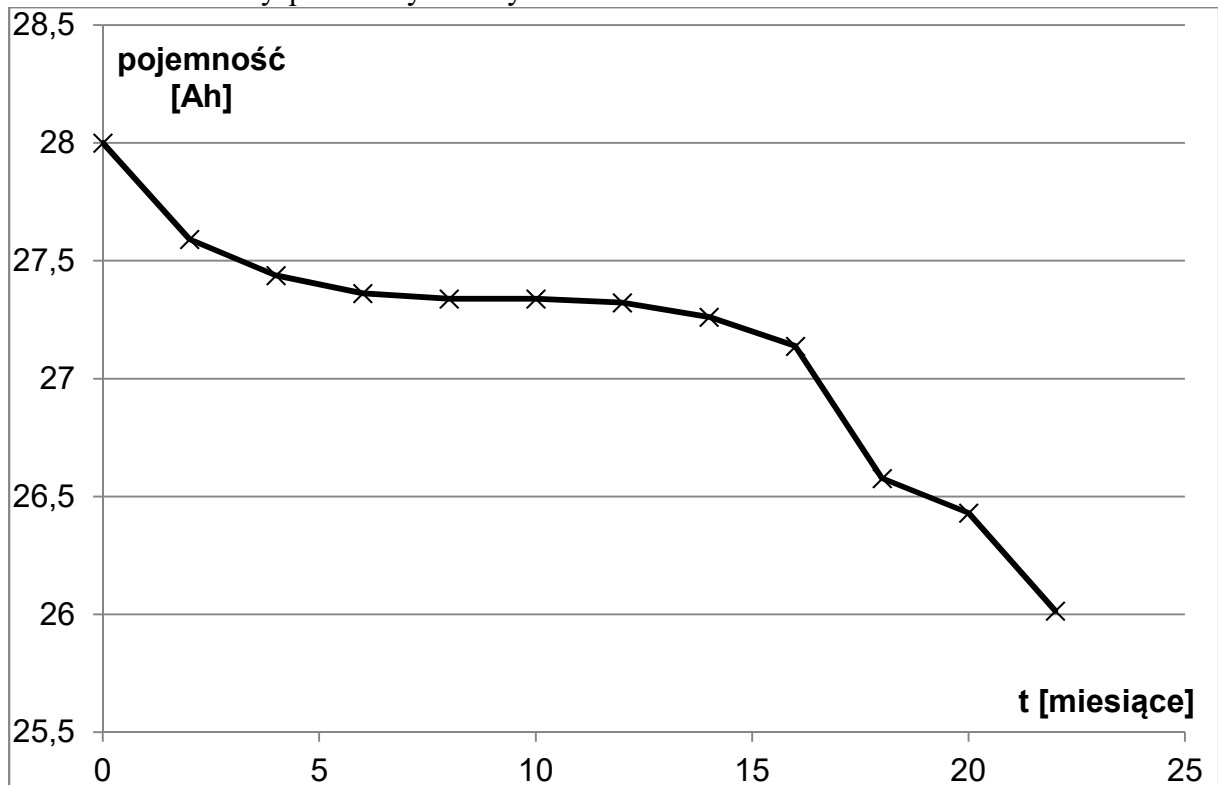
$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0 \end{cases}. \quad (29)$$

Rozwiązując układ równań (29) znajdujemy b^* i a^* .

$$b^* = \frac{z_n}{t_n}, \quad (36)$$

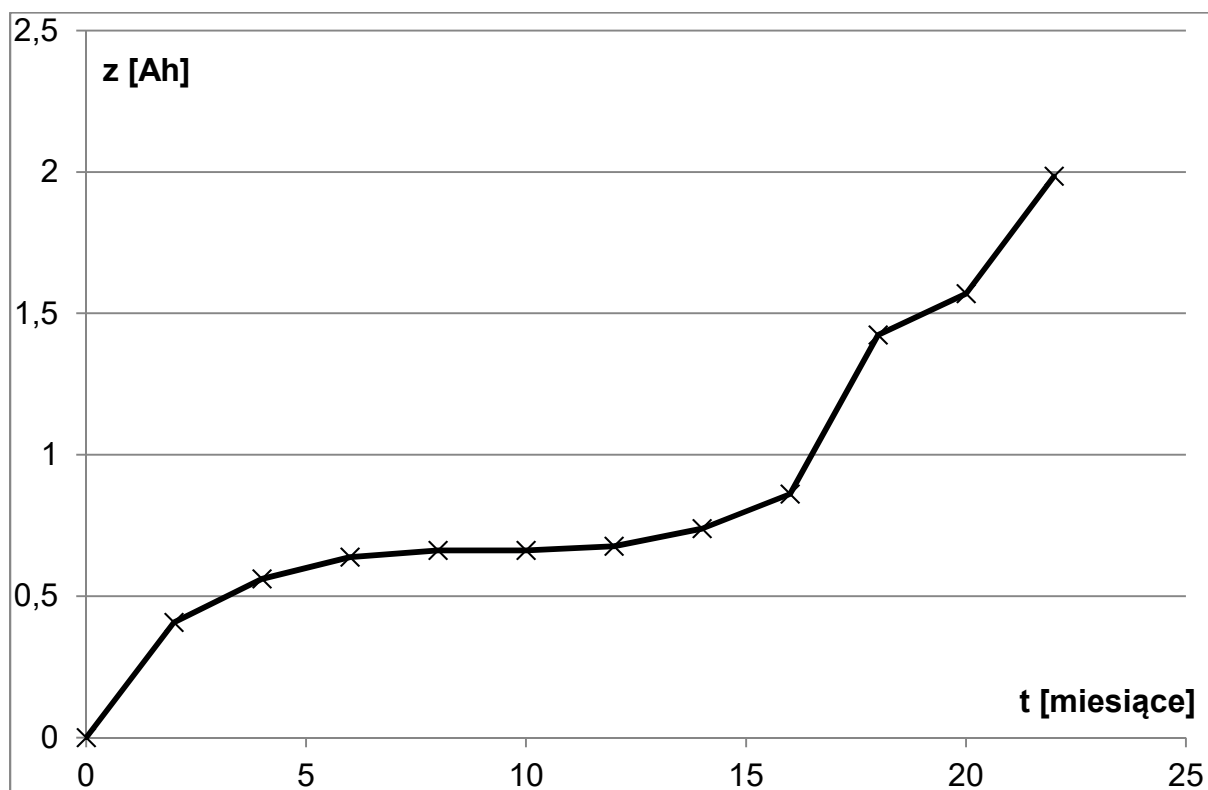
$$a^* = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{[(z_{k+1} - z_k) - b^*(t_{k+1} - t_k)]^2}{(t_{k+1} - t_k)}. \quad (37)$$

Elementem, który został wybrany do przykładu liczbowego jest bateria lotnicza 12-SAM-28. Na rysunku 2 przedstawiono zmianę w czasie uśrednionej pojemności akumulatorów dla dysponowanych danych.



Rys. 2. Przebieg zmian uśrednionej pojemności baterii 12-SAM-28

Za parametr diagnostyczny „z” przyjęto, zgodnie z zależnością (1) wartość bezwzględną z różnicy pojemność i jej wartości nominalnej. Zmiana w czasie parametru „z” została przedstawiona na rysunku 3.



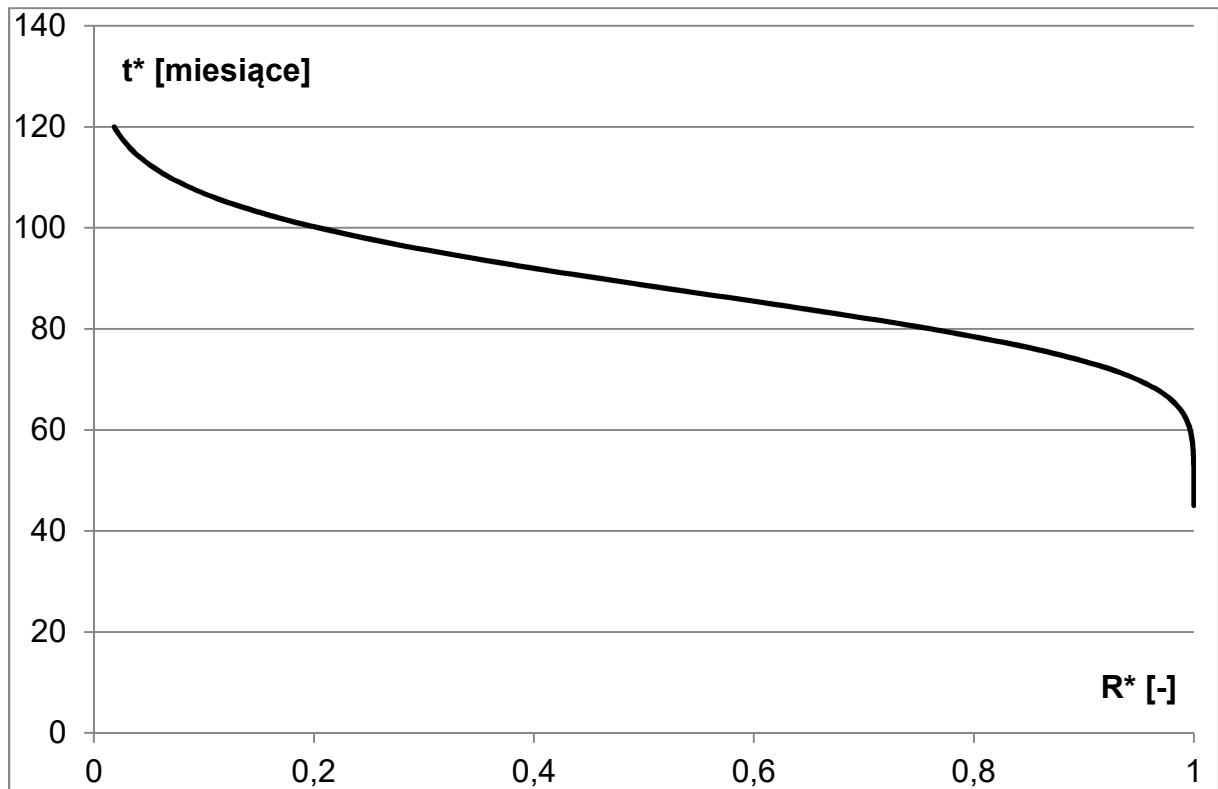
Rys. 3. Zmiana w czasie parametru „z” dla baterii 12-SAM-28

Posiadając zatem dane opisujące wartości parametru diagnostycznego w postaci $[(z_0, t_0), (z_1, t_1), (z_2, t_2), \dots, (z_n, t_n)]$, w oparciu o wzory (36) i (37) wyznaczono wartości współczynników funkcji gęstości:

$$b^* = 0,09, \quad a^* = 0,015. \quad (38)$$

Parametr z_d określono posługując się dokumentacją techniczną wykorzystywaną do realizacji prac obsługowych, w której zamieszczono informację o wartości dopuszczalnej pojemności akumulatorów.

Dysponując zatem wartościami parametrów b_ε^* , a_ε^* , z_d podstawiono je do równań (11) lub (32) wyznaczając zależność czasu t^* od prawdopodobieństwa R^* - rysunek 4. W obu przypadkach (zależność (11) lub (32)) uzyskano ten sam przebieg.



Rys. 4. Zależność prognozowanej trwałości t^* od niezawodności R^*

Zakładając minimalną wartość niezawodności $R^* = 0,99$ wyznaczono czas, do którego z założonym prawdopodobieństwem odchyłka parametru diagnostycznego nie przekroczy stanu granicznego:

$$T=63 \text{ [miesiące]} \quad (39)$$

Otrzymaną wartość (39) można wykorzystać w obsłudze technicznej w zależności od przyjętej strategii obsługi. W oparciu o powyższą metodykę można wyznaczyć kolejne okresy w których należy przeprowadzić kontrolę parametru diagnostycznego urządzenia [5,10].

5. Uwagi końcowe

W niniejszym opracowaniu przedstawiono zarys metody szacowania trwałości elementów lub zespołów gdy prędkość narastania zmian miała charakter losowy. Jednak sposób tej zmiany był opisany następującą, prostą zależnością

$$\frac{dz}{dt} = c,$$

gdzie c była zmienną losową określającą możliwość wzrostu odchyłki parametru.

Istnieje możliwość uogólnienia tej metody gdy prędkość narastania odchyłki będzie opisywana następującymi zależnościami:

$$\frac{dz}{dt} = cz, \quad (40)$$

$$\frac{dz}{dt} = ct^{\alpha-1}. \quad (41)$$

W pierwszym przypadku prędkość narastania zmian będzie miała charakter losowy zbliżony do wykładniczego. W drugim przypadku charakter narastania zmian będzie zbliżony do intensywności uszkodzeń w rozkładzie Weibulla.

Reasumując, można stwierdzić, że przedstawiona metoda wydaje się być poprawna i słuszna oraz pozwala na przeprowadzenie analizy stanu technicznego urządzenia ze względu na charakter zmian wartości parametrów diagnostycznych. Przedstawiony przykład obliczeniowy pozwolił na przeprowadzenie weryfikacji opracowanego modelu oraz uwypuklił aplikacyjne walory opracowanej metody. Metoda ta może być przydatna w dalszych pracach nad usprawnieniem zarówno procesu eksploatacyjnego jak i sposobu wykorzystania statków powietrznych z użyciem jego systemów pokładowych, pozwalając na określenie czasu przebywania urządzenia w stanie zdatności.

Ponadto z uwagi na swój uniwersalny charakter przedstawiona metoda, może z powodzeniem być zastosowana do określania trwałości resztkowej dowolnego obiektu technicznego, którego stan techniczny określany jest na podstawie analizy wartości parametrów diagnostycznych.

Przedstawiona metoda w niniejszym artykule może być dalej doskonalona i rozszerzona na inne przypadki narastania losowych zmian typu wykładniczego. Wydaje się, że może być wykorzystana do oceny niezawodności elementów mechanicznych, w przypadku rozpatrywania propagacji pęknięć zmęczeniowych w elementach poddanych losowemu obciążeniu i zastosowaniu wzoru Parisa do określenia prędkości pęknięcia.

LITERATURA

1. DeLurgio SA. Forecasting principles and applications. University of Missouri-Kansas City: Irwin/McGraw-Hill, 1998.
2. Franck TD. Nonlinear Fokker-Planck Equations. Fundamentals and Applications. Berlin Heildenberg: Springer-Verlag, 2005.
3. Grasman J, Herwaarden OA. Asymptotic Methods for the Fokker-Planck Equation and the Exit Problem in Applications. Berlin Heildenberg: Springer-Verlag, 1999.
4. Idziaszek Z, Grzesik N. Object characteristics deterioration effect on task realizability – outline method of estimation and prognosis. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2014; 16 (3): 433–440.
5. Kinnison H, Siddiqui T. Aviation Maintenance Management. The McGraw-Hill Companies, Inc. 2013.
6. Knopik L, Migawa K. Multi-state model of maintenance policy. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2018; 20 (1): 125–130.
7. Knopik L, Migawa K, Wdzięczny A. Profit optimization in maintenance system, *Polish Maritime Research*, 2016, 1(89): 193-98.
8. Kołowrocki K, Soszyńska Budny J. Reliability and Safety of Complex Technical Systems and Processes. Springer 2011.
9. McPherson JW. Reliability physics and engineering. New York: Springer, 2010.
10. Narayan V. Effective Maintenance Management. New York: Industrial Press Inc., 2012.

11. Pham H. Handbook of Engineering Statistics. London: Springer-Verlag 2006.
12. Rasuo B., Duknic G. Optimization of the aircraft general overhaul process. Aircraft engineering and aerospace technology 2013; 85 (5): 343-354.
13. Restel F. The Markov reliability and safety model of the railway transportation system. Safety and reliability: methodology and applications: proceedings of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2014, 14-18 September, 2015, Wrocław, Poland. CRC Press/Balkema: 303-311.
14. Risken H. The Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications. Berlin Heildenberg: Springer Verlag, 1984.
15. Tan CM, Singh P. Time evolution degradation physics in high power white LEDs under high temperature-humidity conditions. IEEE Transactions on Device and Materials Reliability 2014; 14(2): 742-750.
16. Ułanowicz L. Modelling of a process, which causes adhesive seizing (tacking) in precise pairs of hydraulic control devices. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2016; 18 (4): 492-500.
17. Valis D, Koucky M, Zak L. On approaches for non-direct determination of system deterioration. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2012; 1:33-41.
18. Wang P, Tang Y, Baeb SJ, He Y. Bayesian analysis of two-phase degradation data based on change-point Wiener process. Reliability Engineering & System Safety 2018; 170: 244-256.
19. Wang YS, Zhang CH, Zhang SF, Chen X, Tan YY. Optimal design of constant stress accelerated degradation test plan with multiple stresses and multiple degradation measures. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability 2015; 229(1): 83-93.
20. Woch M. Reliability analysis of the PZL-130 Orlik TC-II aircraft structural component under real operating conditions. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2017; 19 (2): 287–295.
21. Zurek J, Tomaszek H, Zieja M. Analysis of structural component's lifetime distribution considered from the aspect of the wearing with the characteristic function applied. Safety, reliability and risk analysis: Beyond the horizon. Amsterdam: Balkema 2014, 2597-2602.