

dr inż. Adrian Gill

Institute of Combustion Engines and Transport, Poznan University of Technology
Piotrowo 3 str., 60-965 Poznan, Poland
E-mail: adrian.gill@put.poznan.pl
Tel. 61 6652017

OPTIMALIZACJA SYSTEMU OBSŁUGI OBIEKTÓW TECHNICZNYCH Z UWZGLĘDNIENIEM WYNIKÓW ANALIZY RYZYKA

Słowa kluczowe: optymalizacja, system obsługi, ryzyko, risk based maintenance

Streszczenie: W artykule przedstawiono autorską metodę optymalizacji systemu obsługi obiektów technicznych z uwzględnieniem wyników analizy ryzyka. Sformułowano oryginalną postać funkcji celu, w której użyto modelu miary ryzyka opartego na dwóch kryteriach. Omówiono metody RBM oraz dokonano przeglądu metod/strategii obsługi obiektów technicznych wskazując ich najważniejsze cechy. Podejmowanie decyzji obsługowych uzbrojone jest w procedury oparte na schemacie wartościowania ryzyka. Przedstawiono autorski schemat wartościowania ryzyka i omówiono szczególne przypadki wynikające z użycia takich schematów. Do rozwiązania problemu optymalizacji użyto programowania dynamicznego. Opracowano i przedstawiono autorski matematyczny model metody optymalizacji oraz szczegółowo zaprezentowano jego czteroetapowy algorytm obliczeniowy. Na podstawie zebranych danych statystycznych dotyczących uszkodzeń, przeprowadzono procedury w zakresie analizy zagrożeń i oceny ich ryzyka. Wykorzystując implementację komputerową modelu optymalizacyjnego przeprowadzono eksperyment w zakresie planowania obsług rozpatrywanych obiektów technicznych oraz przedstawiono wyniki eksperymentu optymalizacyjnego.

1. Wprowadzenie

1.1. Uwagi wstępne do problematyki zagadnienia

Powodzenie przedsięwzięć gospodarczych w wielu organizacjach warunkowane jest poziomem gotowości elementów obiektów technicznych i systemów ich eksploatacji do realizacji nakładanych na nie zadań. Poziom gotowości obiektów i ich składowych zależy m.in. od efektywności przyjętych strategii i procedur obsługi. Jak podaje autor pracy [30]: "With the fast development of industry and the highly competitive international market, especially the areas of electronic products, nuclear power, automobile, shipbuilding, and aircraft, cost-effective and accurate maintenance shows increasing importance in improving plant production availability, reduce downtime cost, and enhance operating reliability". Dla przykładu – w przedsiębiorstwach produkcyjnych koszty obsługi wynoszą 15–70% łącznych kosztów produkcji, przy czym większość czynności obsługowych pełni funkcje korekcyjne i jest realizowana głównie w szczególnie wymagających tego sytuacjach [34].

W celu poprawy działalności obsługowych i zmniejszenia kosztów obsługi, od 1950 roku w szerokim zakresie bada się modele procesów obsługi [39]. Dzięki temu powstało wiele koncepcji albo strategii realizacji tych procesów. Zasadniczo można podzielić je dwie grupy: obsługowanie naprawcze (CM – *Corrective maintenance*) i obsługowanie zapobiegawcze (PM – *Preventive maintenance*). Obsługowanie naprawcze jest wykonywane po wykryciu uszkodzenia, a jego celem jest doprowadzenie elementu i obiektu do stanu, w

którym będzie mógł realizować wymagane funkcje. Wprowadza to jednak pewne ograniczenia, np. według [30]: "corrective maintenance at its best should be utilized only in non-critical areas where capital costs are small, consequences of failure are slight, no safety risks are immediate, and quick failure identification and rapid failure repair are possible".

Obsługa zgodnie z PM jest wykonywana według ustalonego czasu lub liczby jednostek pracy (LJP) bez wcześniejszego badania stanu elementów obiektu. Jeśli wielkość skutków z powodu pewnego niekorzystnego stanu obiektu jest znacząco większa od skutków/kosztów działań profilaktycznych, oraz możliwe jest obserwowanie przebiegu starzenia elementów obiektu, wówczas racjonalne jest zastosowanie strategii zgodnej z PM [27]. Ponadto, jak wskazuje np. autor pracy [33], utrzymanie wysokiego poziomu niezawodności urządzeń jest realizowane m.in. poprzez usługi polegające na uprzedzającej wymianie elementów narażonych na uszkodzenie. Zaletą stosowania PM jest to, że mogą być wykonywane w planowanych terminach np. w przerwach pomiędzy wykonywanymi zadaniami. Zmniejsza się przy tym ryzyko dotyczące możliwości przerwania wykonywanego zadania [27]. Autorzy prac [30, 31] podają ogólnie, że istotną zaletą niektórych metod typu PM jest stwarzanie warunków do sterowania procesami eksploatacji obiektów.

W grupie strategii obsługiwanego typu PM można wskazać: obsługiwane na podstawie monitorowania stanu (*Condition Based Maintenance* – CBM) i obsługiwane zdeterminowane (*Predetermined Maintenance*). Obsługa zgodnie z CBM jest wykonywana po wcześniejszym sprawdzeniu albo monitorowaniu parametrów pracy elementów obiektu. Monitorowanie może odbywać się w sposób ciągły lub być wykonywane według określonego harmonogramu. W praktyce jednak, skuteczne stosowanie CBM tworzy pewne wyzwania. Po pierwsze jego inicjowanie jest kosztowne. Często koszty oprzyrządowania są stosunkowo duże. W takim przypadku ważne jest, aby zdecydować, czy element jest wystarczająco istotny aby uzasadnić inwestycje. Po drugie podejmowanie optymalnych decyzji obsługowych na podstawie CBM nie zawsze jest łatwe do osiągnięcia ze względu na zmienne, takie jak: złożoność środowiska, wewnętrznej struktury obiektu, nie do końca poznanych mechanizmów uszkodzeń, itp. [30].

Według innych autorów (np. [36]) można także wyróżniać takie kategorie strategii obsługiwanego jak: *age replacement policy*, *block replacement policy*, *periodic preventive maintenance policy*, *failure limit policy*, *sequential preventive maintenance policy*, *repair cost limit policy*, *repair time limit policy*, *repair number counting policy*, *reference time policy*, *mixed age policy*, *group maintenance policy*, *opportunistic maintenance policy*, etc.

Strategie można ponadto podzielić w zależności od jednorodności zbioru elementów obiektów na strategie obsługiwanego dla elementów jednorodnych i niejednorodnych.

Niezależnie od klasyfikacji zauważono, że w opracowaniu strategii obsługiwanego przyjmuje się najczęściej następujące kryteria [13, 40]:

- maksymalizacja (w długim okresie czasu) gotowości obiektów technicznych do realizacji nakładanych na nie zadań;
- minimalizacja kosztów funkcjonowania obiektów technicznych w długim okresie czasu;
- maksymalizacja gotowości obiektów technicznych do realizacji nakładanych na nie zadań i minimalizacja średnich kosztów funkcjonowania tych obiektów w długim okresie czasu.

Wskazane cechy strategii obsługiwanego obiektów technicznych wykorzystano do opracowania metody prezentowanej w niniejszym artykule.

1.2. Risk Based Maintenance

W nowoczesnym podejściu do zarządzania obiektami technicznymi stosuje się podejście, oparte o zasady tzw. zarządzania ryzykiem. Jak podaje Khan [25], rozwój takich metod nastąpił w ostatnich kilkunastu latach. Są one nazywane metodami obsługiwanego na

podstawie ryzyka (*Risk Based Maintenance* – RBM). W różnych opracowaniach z lat 2003-2010 (np. [8, 12, 10, 11, 25, 28, 37]) można znaleźć przykłady zastosowania RBM do różnego typu obiektów i ich elementów. Obecnie (lata 2011-2016) przykładami takich opracowań są: [2, 6, 15, 16, 17, 29, 38].

RBM znajduje zastosowanie szczególnie obiektów systemów transportu [21]. Ich uszkodzenia lub błędy funkcjonowania mogą bowiem generować zagrożenia, których aktywizacja objawia się poważnymi stratami – obrażeniami, pogorszeniem stanu zdrowia lub utratą życia ludzi, znacznymi stratami materialnymi, szkodami w środowisku naturalnym czy utratą reputacji firmy. Można mówić o szczególnej ważności/istotności takich obiektów lub ich elementów, która uzasadnia inwestycje. Problem istotności elementów obiektów w strategiach typu CBM wskazano wcześniej we wprowadzeniu (rozdz. 1). W takich obiektach konieczność zastosowania RBM została dodatkowo wymuszona legislacyjnie. Jak ujmuje to np. Zio [40]: „Obviously, occupational and public safety, environmental and other requirements must be satisfied as enforced by regulations”. Przykładowo w systemie transportu kolejowego UE wynika ona m.in. z dokumentów CSM (*Common Safety Method*) ujednolicających wymagania i metody związane z bezpieczeństwem systemu kolejowego UE. Zgodnie z tymi dokumentami, na przedsiębiorstwach kolejowych, zarządcach infrastruktury oraz wszystkich podmiotach, które wprowadzają zmiany do systemu kolejowego, ciąży odpowiedzialność za utrzymywanie ryzyka wszystkich zidentyfikowanych zagrożeń na poziomach poniżej kategorii ryzyka nieakceptowanego.

Niektóre stany elementów obiektów powinny być zatem rozpatrywane jako tzw. źródła zagrożeń (nazywane także czynnikami zagrożenia, czynnikami ryzyka). Pod pojęciem źródeł zagrożeń (HS – *Hazard Source*) można rozumieć twory np. fizyczne, chemiczne, biologiczne, psychofizyczne, organizacyjne, osobowe, których obecność we wskazanym obszarze analiz, stan, właściwości itp. są powodem zagrożenia [21].

Identyfikacja HS może następować na kolejnych etapach życia obiektów. Na tej podstawie formułuje się tzw. zagrożenia (H – *hazard*), co pozwala oceniać wpływ uszkodzeń tych obiektów na życie i zdrowie ludzi, środowisko naturalne i systemy techniczne. Wpływ ten określa się w jednostkach poziomów ryzyka przypisywanego do każdego zagrożenia, przyjmując odpowiedni model ryzyka. Zwykle przyjmuje się kombinację poziomu możliwości lub prawdopodobieństwa aktywizacji/materializacji zagrożenia i poziomu skutków wyrażanych stratami lub szkodami powstałego zdarzenia. Przykładów takiego podejścia jest wiele, np. prace [1, 3, 4, 7, 10, 16, 35]. Należy jednak wskazać, że modele ryzyka mogą uwzględniać wiele innych składowych. Mogą np. ujmować błędy ludzkie w procesach obsługi, co pokazał m.in. Hammeed w pracy [15].

W takim kontekście problemu, organizacja obsługi obiektów technicznych nabiera szczególnego znaczenia. Może i powinna być traktowana jak środek do osiągnięcia akceptowanego albo, co najmniej tolerowanego poziomu ryzyka. Do najskuteczniejszych i tym samym najbardziej zalecanych sposobów redukcji ryzyka zagrożeń należą bowiem te, które eliminują HS. Odpowiednia organizacja obsługi spełnia ten warunek i w tym sensie może być traktowana jako narzędzie albo środek redukcji ryzyka.

Zwykle środki redukcji ryzyka są zorganizowane w postaci systemów, najczęściej o charakterze technicznym (np. urządzenia alarmowe, osłony fizyczne, układy zabezpieczające), lecz równie skutecznym sposobem jest zastosowanie środków o charakterze organizacyjnym (np. zespołu ludzi działających według ustalonych wcześniej procedur). Na zasadność stosowania organizacyjnych rozwiązań redukcji ryzyka wskazuje m.in. autor pracy [6] podkreślając stosunkowo niski koszt ich realizacji.

Prezentowaną w artykule metodę organizacji obsługi obiektów można zaliczyć do metod RBM i środków redukcji ryzyka. Koncepcja RBM łączy w sobie dwa rodzaje zagadnień, tj. zagadnienie obsługi obiektów i zagadnienie oceny ryzyka. Realizacja oceny ryzyka,

nazywana także wyceną ryzyka, polega na sprawdzeniu (przez porównywanie, wartościowanie), do jakiej kategorii/klasz ryzyka (akceptowane, tolerowane, nieakceptowane) należy ryzyko określone podczas analizy ryzyka zagrożeń. Algorytm wyceny ryzyka opiera się na wynikach obliczeń dokonanych za pomocą przyjętego modelu i przebiega według dwóch procedur: wskazanie obszarów dopuszczalności ryzyka i wartościowania ryzyka. Należy dodać, że zadaniem wszelkich przedsięwzięć jest osiągnięcie poziomu ryzyka w kategorii ryzyka akceptowanego lub – co najwyżej – ryzyka tolerowanego, a redukcje go do poziomu poniżej kategorii ryzyka nieakceptowanego.

Zasadniczy problem stanowi odpowiednie połączenie zagadnień obsługiwanego i oceny ryzyka a w szczególności opracowanie odpowiednich miar ryzyka i ich wykorzystanie w racjonalizacji obsługiwanego. Przeprowadzone m.in. w pracy [10] analizy wskazały, że warunkowanie ryzykiem w procedurach związanych z obsługiwaniem obiektów technicznych w szczególności obiektów pojazdów szynowych, może być osiągnięte przez:

- kryterium decyzyjne – sformułowanie postaci funkcji celu problemu decyzyjnego na podstawie modelu ryzyka;
- składowe funkcji celu – uwzględnianie w sformułowanej funkcji celu składowej odnoszącej się do ryzyka uszkodzeń obiektów technicznych lub tzw. funkcję kary związaną ze skutkami uszkodzeń tych obiektów;
- ograniczenia obszaru rozwiązania dopuszczalnego poprzez przyjęcie odpowiedniego zakresu zmienności zmiennych decyzyjnych.

Przyjęto, że celem niniejszej pracy jest opracowanie i przedstawienie metody RBM polegającej na optymalizacji systemu obsługi dowolnego obiektu technicznego.

2. Koncepcja i założenia prezentowanej metody optymalizacji

Do rozwiązania problemu konieczne jest sformułowanie funkcji celu problemu decyzyjnego opartej na modelu ryzyka lub uwzględniającej składową odnoszącą się do ryzyka. Na słuszność takiego podejścia wskazują także inni autorzy (m.in. pracy [35]).

Postać funkcji celu oparto zatem o wskaźnik CURR (ang. *cost per unit risk reduction*), którego model odpowiada obydwu wymienionym możliwościom. Opis wskaźnika CURR dla tzw. opcji sterowania ryzykiem (OSR) przedstawiono m.in. w pracy [26] i tam też można znaleźć jego zapis matematyczny prezentujący się następująco:

$$k_{\Delta R^x;L}^{OSR} = \frac{\Delta K_L^{OSR}}{\Delta R_L^{x;OSR}}, \quad (1)$$

gdzie:

ΔK_L^{OSR} – dyskontowany przyrost kosztów rocznych związanych z realizacją danej OSR względem opcji bazowej w okresie L (L może być nie tylko prognozowanym czasem życia obiektu),

$\Delta R_L^{x;OSR}$ – redukcja ryzyka dla straty x w czasie L po wdrożeniu OSR.

Zastosowanie strategii typu PM wymaga przede wszystkim ustalenia pewnej granicznej wartości liczby jednostek pracy każdego z elementów obiektu, po przepracowaniu której, następuje uszkodzenie elementu. Wyraża się ją w jednostkach czasu pracy, przebiegu, liczby załączeń obiektu itp. Wartość może być wyznaczana np. na podstawie granicznej wartości ryzyka tolerowanego.

Dysponując *granicznymi wartościami liczby jednostek pracy elementów*, można poszukiwać optymalnej liczby jednostek pracy między obsługami obiektu. Liczba jednostek

pracy między obsługami obiektu będzie zatem zmienną decyzyjną w modelu optymalizacji. Oznaczono ją poprzez l .

W przypadku metod RBM, liczba jednostek pracy między obsługami obiektu jest dodatkowo warunkowana spodziewaną wartością redukcji ryzyka. Jak to ujęli autorzy pracy [15]: "Shutdown interval is one of the most important factors in determining an effective inspection and maintenance policy. In case if the shutdown inspection and maintenance interval is too short, facility shutdown time and production loss along with the inspection and maintenance cost will be too high, vice versa if the shutdown interval is too long, the production loss and inspection and maintenance cost will be low but the risk exposure will be high" [15].

Problem polega zatem na wyznaczeniu optymalnej liczby jednostek pracy między obsługami obiektu i uzyskaniu na tej podstawie, optymalnych liczb jednostek pracy między obsługami elementów obiektu.

Wiele problemów racjonalizacji systemów eksploatacji, w tym problemów obsługiwanego, można sprowadzić do rozwiązywania zadań optymalizacji statycznej. Najczęściej są to zadania optymalizacji nieliniowej z ograniczeniami. Przegląd modeli optymalizacji obsługiwanego obiektów technicznych przedstawił np. autor pracy [5], a przykłady takich modeli prezentują m.in. autorzy pracy [35].

Traktując zatem system obsługiwanego jako punkt w pewnej wielowymiarowej przestrzeni euklidesowej, można podzielić zbiór współrzędnych tego punktu na dwa podzbiory: zmienne zwane parametrami, które są przyjmowane za stałe w procesie konfigurowania cyklu obsługiwanego oraz zmienne decyzyjne, których wartości są modyfikowane. Uwzględniając postać wybranego wskaźnika CURR, jako parametry modelu optymalizacji przyjęto graniczne wartości liczby jednostek pracy elementów oraz koszty działań dotyczących tzw. postępowania wobec ryzyka (zajęcia aktywnej postawy wobec zidentyfikowanych zagrożeń). W prezentowanym problemie założono, że postawa taka jest dokonywaniem profilaktycznych czynności obsługowych polegających na przywróceniu stanu zdadności odpowiednich elementów obsługiwanego obiektu technicznego.

Jako zmienne decyzyjne w procesie optymalizacji systemu obsługi przyjęto liczbę jednostek pracy między obsługami obiektu oraz liczby jednostek pracy między obsługami elementów. Przyjmuje się, że liczba jednostek pracy między obsługami elementu jest wielokrotnością liczby jednostek pracy między obsługami obiektu. Liczbę jednostek pracy między obsługami elementu oznaczono poprzez l_i .

Kolejna kwestia dotyczy powiązania składowych modelu ryzyka, który ujęty został w funkcji celu, ze zmiennymi decyzyjnymi tj. wyrażenia składowych modelu ryzyka za pomocą zmiennych decyzyjnych. Do tego celu posłuży uogólniony model ryzyka, który przedstawił Kadziński m.in. w pracy [21]. Kolejne wersje tego modelu publikowane są m.in. w pracy [23].

Model ryzyka każdego zagrożenia jest funkcją składowych będących wynikiem odrębnych decyzji podjętych na podstawie analizy według m kryteriów K_k ($k = 1, 2, \dots, m$). Zgodnie z definicją ryzyka każde z m kryteriów analizy musi być takie, aby składowa $r_k(z_i)$ ($k = 1, 2, \dots, m$), będąca wynikiem decyzji według tego kryterium, należała do grupy składowych wyrażających możliwość aktywizacji zagrożenia z_i ($i = 1, 2, \dots, n$) lub wielkość potencjalnych szkód/strat powstałych po jego aktywizacji [21]. Tak zdefiniowane ryzyko może być podstawą formułowania kryteriów optymalizacji okresów jak i zakresów odnow prewencyjnych [3, 35].

Gdy zostaną określone poziomy wszystkich składowych ryzyka, to łączne ryzyko R zagrożenia z_i ($i = 1, 2, \dots, n$) można zapisać w postaci:

$$R(z_i) = f_1(r_1(z_i), r_2(z_i), \dots, r_m(z_i)), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

gdzie:

- n – liczba zidentyfikowanych zagrożeń,
- m – liczba kryteriów analizy ryzyka,
- z_i – i -te zagrożenie ze zbioru zidentyfikowanych zagrożeń,
- $r_k(z_i)$ – k -ta składowa ryzyka z_i w ramach k -tego kryterium analizy ryzyka.

Niech zatem wartość RT (*Risk Treatment*) – wskaźnika postępowania wobec ryzyka zagrożeń związanych ze stanem elementów obiektu jest funkcją dwóch składowych:

$$RT = f(c_i, \Delta R_i) \quad (3)$$

gdzie:

- c_i – koszt postępowania wobec ryzyka i -tego zagrożenia (generowanego stanem i -tego elementu obiektu),
- ΔR_i – wartość redukcji ryzyka i -tego zagrożenia osiągnięta w wyniku uniknięcia uszkodzenia i -tego elementu obiektu.

Funkcję f zdefiniowaną w zależności (3) przyjmuje się jako funkcję celu problemu decyzyjnego.

Jak wskazano wcześniej, satysfakcjonującym jest osiągnięcie poziomu ryzyka poniżej kategorii ryzyka nieakceptowanego. Najlepiej jednak, aby możliwe było osiągnięcie i utrzymanie ryzyka na poziomie kategorii ryzyka akceptowanego. Pomiedzy nimi znajduje się obszar kategorii ryzyka tolerowanego. Taki podział przestrzeni ryzyka jest często przyjmowany np. w powszechnie stosowanej koncepcji ALARP.

Założmy zatem, że reakcja modelu optymalizacji będzie następowała wtedy, gdy wartość ryzyka i -tego zagrożenia R_i znajdzie się w obszarze kategorii ryzyka tolerowanego. Oznacza to, że ΔR_i tj. zmiany wartości redukcji ryzyka zagrożeń będą zawierały się w przedziale:

$$0 \leq \Delta R_i \leq R_i^{GT} - R_i^{DT} \quad (4)$$

gdzie:

- R_i^{DT} – dolna granica obszaru kategorii ryzyka tolerowanego i -tego elementu obiektu,
- R_i^{GT} – górna granica obszaru kategorii ryzyka tolerowanego i -tego elementu obiektu.

Zgodnie z założeniami dotyczącymi modelu ryzyka i zależności (2), wśród składowych $r_k(z_i)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) przynajmniej jedna należy do grupy składowych wyrażających możliwość aktywizacji zagrożenia. W prezentowanym problemie optymalizacji, ocenie ryzyka poddaje się zagrożenie związane ze stanem elementów obiektu wynikającym z przepracowanej liczby jednostek (czasu) pracy. Dzięki temu, przynajmniej jedna (j -ta) ze składowych ryzyka i -tego zagrożenia jest zależna od czasu pracy elementu obiektu, z którym związane jest to zagrożenie.

Jednym z możliwych sposobów wyrażenia możliwość aktywizacji zagrożenia, jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że stan pracującego elementu będzie wymagał wykonania czynności obsługowej, po przepracowaniu l -tej liczby jednostek pracy. Można to zapisać następująco:

$$r_{ij} = F_i(l) = P(L_i < l) \quad (5)$$

gdzie:

- L_i – zmienna losowa wyrażająca liczbę jednostek pracy do uszkodzenia i -tego elementu obiektu,
- r_{ij} – j -ta składowa ryzyka zagrożeń i -tego elementu obiektu zależna od liczby l jednostek pracy.

Na potrzeby niniejszego modelu przyjęto założenie, że z uszkodzeniem i -tego elementu obiektu jest związane jedno zagrożenie. Ponadto – uwzględniając zależność (5) – ryzyko tego zagrożenia proponuje się zapisać formalnie w następujący sposób:

$$R_i = f_2[r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im-1}, F_i(l)], \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

gdzie:

- N – liczba zidentyfikowanych zagrożeń równa liczbie elementów obiektu (tab. 4),
- R_i – ryzyko zagrożenia związanego ze stanem i -tego elementu obiektu wymagającym obsługi po przepracowaniu przez ten element l jednostek pracy.

Dla wartości R_i funkcji f_2 wynoszącej R_i^{GT} istnieje możliwość wyznaczenia l_i^{GT} – granicznej wartości liczby jednostek pracy i -tego elementu obiektu (przykład – tab. 4). Sposób wyznaczenia tej liczby został pokazany w pracy [12]. Jeżeli nie jest znana wartość graniczna R_i^{GT} to liczbę l_i^{GT} można wyznaczyć korzystając np. z modelu pokazanego w pracy [14].

Istnieje także możliwość wyznaczenia pewnej liczby l_i^{DT} to jest granicznej wartości liczby jednostek pracy i -tego elementu obiektu, po przekroczeniu której racjonalne jest przeprowadzenie obsługi. Nie jest natomiast uzasadnione planowanie tej obsługi przed l_i^{DT} , gdyż ryzyko związane ze stanem elementu obiektu jest wtedy akceptowane. Przedział $\langle l_i^{DT}; l_i^{GT} \rangle$ wyznacza zatem praktyczny zakres wartości LJP i -tego elementu obiektu, w którym podejmowana jest decyzja o konieczności dokonania obsługi tzn.:

$$l_i^{DT} \leq l_i \leq l_i^{GT} \quad (7)$$

gdzie:

- l_i – liczba jednostek pracy między obsługami i -tego elementu obiektu.

Wartość l_i^{DT} posłuży do wyznaczenia ΔR_i – redukcji ryzyka i -tego zagrożenia, osiągniętą w wyniku uprzedzenia uszkodzenia tego elementu. Korzystając z zależności (4), (6) i (8), niech wartość ΔR_i będzie wyznaczana według funkcji:

$$\Delta R_i = f_3(R_i) = \begin{cases} f_2[F_i(l) \cong 0] - R_i^{\min} & \text{dla } l_i \leq l_i^{DT} \\ f_2(l = l_i) - R_i^{\min} & \text{dla } l_i^{DT} < l_i \leq l_i^{GT} \end{cases}, \quad (8)$$

gdzie R_i^{\min} jest minimalną wartością ryzyka i początkiem zakresu kategorii ryzyka akceptowanego. Wartość ryzyka jest praktycznie zawsze większa od zera.

Uwzględniając zatem wzory (2), (6) i (8), w których zdefiniowano funkcje f_1, f_2, f_3 , funkcję celu f można zapisać w następujący sposób:

$$RT = f_4[c_i, f_3(R_i)] \Rightarrow RT = f\{c_i, f_3[f_2(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im-1}, F_i(l))]\} \quad (9)$$

Załóżmy dalej, że jedna obsługa obiektu polega na pełnej odnowie potencjału eksploatacyjnego jednego lub jednocześnie kilku jego elementów. Taka obsługa przywraca wszystkie parametry do takiego stanu, że odnowiony element może być traktowany jak nowy. Istnieje zatem pewna wartość l^* – wartość optymalnej liczby jednostek pracy między obsługami obiektu, która minimalizuje wartość funkcji celu (9) tzn.:

$$RT = f(l^*) = \min \quad (10)$$

Sposób wyznaczenia tej wartości prezentuje model szczegółowy przedstawiony w dalszej części artykułu.

3. Model matematyczny

We wstępnym etapie obliczeń, indeks i ($i = 1, 2, \dots, N$) przypisany poszczególnym elementom obiektu, będzie rozumiany jako identyfikator elementu wynikający z szeregu pozycyjnego utworzonego według rosnących l_i^{GT} tzn.

$$l_1^{GT} \leq l_2^{GT} \leq \dots \leq l_N^{GT} . \quad (11)$$

Zgodnie z zależnością (11) pierwsza obsługa elementu o identyfikatorze $i-1$ będzie wykonywana wcześniej niż elementu i to znaczy, że $l_1 \leq l_2 \leq \dots \leq l_N$.

W strategiach typu PM obsługi mogą być realizowane w stałych odstępach czasu. Ponadto czynności obsługowe tzw. niższego rzędu (zwykle występujące wcześniej i częściej) wchodzi w skład obsługi wyższego rzędu. Powoduje to, że między wartościami liczb jednostek pracy między obsługami elementów obiektu występują określone zależności. Wartości tych liczb, występujące później w cyklu obsługowym, są wielokrotnościami liczb jednostek pracy między obsługami występującymi wcześniej. Zapisano to wprowadzając współczynnik krotności a_i przyjmujący wartości ze zbioru liczb całkowitych dodatnich:

$$a_i = \text{int}\left(\frac{l_i}{l_{i-1}}\right), \quad a_i \in \mathbf{C} \quad (i = 2, \dots, N). \quad (12)$$

Za pomocą a_i wyrażono liczby jednostek pracy między obsługami elementów o identyfikatorach $i = 2, 3, \dots, N$:

$$\begin{aligned} l_2 &= a_2 l_1; \\ l_3 &= a_3 l_2 = a_3 a_2 l_1; \\ &\dots \\ l_i &= a_i a_{i-1} \dots a_3 a_2 l_1; \\ &\dots \\ l_N &= a_N a_{N-1} \dots a_{i-1} \dots a_3 a_2 l_1. \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie:

- i – identyfikator elementu obiektu wynikający z kolejności w szeregu pozycyjnym utworzonym z wartości l_i^{GT} (tab. 4),
 a_i ($i = 1, 2, \dots, N$) – współczynnik krotności między liczbami jednostek pracy między obsługami elementów ($a_i \in \mathbf{C}$).

Poszukiwany jest zatem pewien wektor $L = [l_1, l_2, \dots, l_N]$ jednostek pracy między obsługami elementów obiektu, który minimalizuje wartość funkcji celu (9). Będzie on nazywany wektorem zmiennych decyzyjnych modelu optymalizacji. Korzystając z zależności (10) i (13) można dokonać zapisu tego wektora w następujący sposób:

$$L = [l_1, a_2, a_3, \dots, a_N]. \quad (14)$$

Uwzględniając natomiast wzory (1) i (3) oraz zależności (13) i (14), funkcję celu f wyrazić wstępnie w następującej postaci:

$$RT = f(L) = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{\Delta R_i}, \quad (15)$$

o wynikających z zależności (7) i (13) dwóch ograniczeniach:

$$0 < l_1 \leq l_1^{GT}, \quad (16)$$

$$0 < l_1 \cdot \prod_{v=2}^i a_v \leq l_i^{GT}, \quad i = 2, 3, \dots, N. \quad (17)$$

Ograniczenia (16) i (17) są funkcjami liniowymi natomiast funkcja (15) jest nieliniowa. Problem wyznaczenia optymalnej liczby jednostek pracy między obsługami obiektu można rozwiązać metodami nieliniowego programowania matematycznego lub dynamicznego [9], co przedstawiono poniżej.

Jeżeli dalej przez $q_i(l_i)$ oznaczyć składową wskaźnika RT wyznaczaną wobec i -tego zagrożenia (i -tego elementu obiektu) tzn.:

$$q_i(l_i) = \frac{c_i}{\Delta R_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

to funkcję celu f można ogólnie wyrazić w skróconej postaci następująco:

$$f(l_1, a_2, a_3, \dots, a_N) = \sum_{i=1}^N q_i(l_i). \quad (19)$$

Oznaczając dalej przez RT^* minimalną wartość wskaźnika postępowania wobec ryzyka zagrożeń dotyczących N elementów obiektu, oraz uwzględniając zależność (10), zależność (19) i postać wektora L , można napisać, że:

$$RT^* = f(l_1^*, a_2, a_3, \dots, a_N) = \min_{l_1 \in \Lambda_1, \dots, l_N \in \Lambda_N} \left\{ \sum_{i=1}^N q_i(l_i) \right\}. \quad (20)$$

gdzie Λ_i są zbiorami liczb jednostek pracy między obsługami elementów obiektu, zawierającymi dyskretne wartości zmiennych l_i ($i=1,2,3,\dots,N$). Problem dyskretyzacji zakresu wartości l_i przedstawiono w rozdziale 4 artykułu.

Składowa $q_1(l_1)$ stanowi niezmienną składową każdej z wartości rozwiązań dopuszczalnych, a zatem można wyłączyć ją spod symbolu min :

$$f(l_1, a_2, a_3, \dots, a_N) = q_1(l_1) + \min_{l_2 \in \Lambda_1, \dots, l_N \in \Lambda_N} \left\{ \sum_{i=2}^N q_i(l_i) \right\}. \quad (21)$$

Jeżeli przyjmie się ponadto, że wartości składowych wskaźnika RT związane z zagrożeniami dotyczącymi stanu elementów o identyfikatorach $i = 2, 3, \dots, N$ są równe:

$$\min_{l_2 \in \Lambda_1, \dots, l_N \in \Lambda_N} \left\{ \sum_{i=2}^N q_i(l_i) \right\} = u_2(l_2), \quad (22)$$

to uwzględniając wzór (21) można wyznaczyć pewną funkcję $w_1^*(l_1)$ – minimalnych wartości RT związanych z zagrożeniami dotyczącymi stanu wszystkich elementów obiektu ($i = 2, 3, \dots, N$) wyznaczonych dla dowolnej wartości $l_1 \in \Lambda_1$:

$$w_1^*(l_1) = q_1(l_1) + \min_{l_2 \in \Lambda_2} u_2(l_2). \quad (23)$$

Optymalna wartość wskaźnika RT dla N elementów obiektu będzie zatem równa:

$$f^* = \min_{l_1 \in \Lambda_1} w_1^*(l_1). \quad (24)$$

Zgodnie z metodyką programowania dynamicznego albo matematycznego przedstawioną np. w pracy [32], wyznaczanie minimalnej wartości RT dla N elementów obiektu technicznego należy rozpocząć od wyznaczenia minimalnej wartości składowej RT dla elementu o identyfikatorze $i = N$:

$$u_N(l_N) = \min_{l_N \in \Lambda_N} q_N(l_N) = \min_{l_N \in \Lambda_N} \frac{c_N}{\Delta R_N} \quad (25)$$

a następnie dla kolejnych elementów o identyfikatorach $i = N-1, N-2, \dots, 1$.

Wartość RT związana z elementem o identyfikatorze $i = N-1$ zależy od wartości składowej RT wyznaczonej dla elementu o identyfikatorze $i = N$ tzn.:

$$u_{(N-1)}(l_{(N-1)}) = \min_{l_{(N-1)} \in \Lambda_{(N-1)}} [q_{(N-1)}(l_{(N-1)}) + u_N(l_N)],$$

...

$$\begin{aligned}
 u_i(l_i) &= \min_{l_i \in \Lambda_i} [q_i(l_i) + u_{i+1}(l_{i+1})], \\
 &\dots \\
 u_3(l_3) &= \min_{l_3 \in \Lambda_3} [q_3(l_3) + u_4(l_4)], \\
 u_2(l_2) &= \min_{l_2 \in \Lambda_2} [q_2(l_2) + u_3(l_3)].
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Liczba jednostek pracy między obsługami elementu l_1 , dla której wartość RT okazała się najmniejsza, jest także optymalną liczbą jednostek czasu pracy między obsługami obiektu. Na jej podstawie, korzystając z zależności (13), można wyznaczyć pozostałe, optymalne wartości l_i^* ($i = 2, 3, \dots, N$).

4. Zakres obliczeń i szczegóły modelu matematycznego

Etap 1 – Przyjęcie modelu ryzyka i wartościowania ryzyka

Na potrzeby prezentacji zakresu koniecznych obliczeń, wykorzystując wyniki prac [21, 24], przyjęto szczegółowy model procesu analizy ryzyka dla zagrożeń związanych ze stanem elementów obiektu. W modelu tym przyjęto dwa ($k = 1, 2$) kryteria analizy:

- K_1 – kryterium szkód/strat ponoszonych w wyniku aktywizacji zagrożeń,
- K_2 – kryterium możliwości aktywizacji zagrożeń.

Przykład schematu kwantyfikacji poziomów szkód/strat w wyniku aktywizacji zagrożeń, w ramach pierwszego kryterium analizy ryzyka, przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Przykład schematu kwantyfikacji poziomów szkód/strat w wyniku aktywizacji zagrożeń

| j | Poziom szkód/strat | Charakterystyka szkód/strat ponoszonych w wyniku aktywizacji zagrożenia |
|-----|--------------------|---|
| 1 | zielony | Znikome urazy użytkowników obiektu i/lub współużytkowników przestrzeni / niski poziom szkód materialnych |
| 2 | niebieski | Obrażenia użytkowników obiektu i/lub współużytkowników przestrzeni / wymierny poziom szkód materialnych |
| 3 | żółty | Ciężkie zranienia użytkowników obiektu i/lub współużytkowników przestrzeni / znaczący poziom szkód materialnych |
| 4 | pomarańczowy | Pojedyncze ofiary śmiertelne wśród użytkowników obiektu i/lub współużytkowników przestrzeni / wysoki poziom szkód materialnych |
| 5 | czerwony | Wiele ofiar śmiertelnych wśród użytkowników obiektu i/lub współużytkowników przestrzeni / bardzo wysoki poziom szkód materialnych |

Źródło: opracowanie na podstawie [23]

Wartości składowej ryzyka w ramach drugiego kryterium analizy, wyznacza się zgodnie z zależnością (5). Podstawą do obliczeń są dane o eksploatacji obiektu, w tym przede wszystkim dane o uszkodzeniach elementów. Nieodzowna jest również znajomość procesów zużycia, które mogą prowadzić do uszkodzeń tych elementów [35]. Takie dane dla przykładowego obiektu zawiera tabela 3.

W szczegółowym modelu optymalizacji systemu obsługi przyjęto następujący zbiór miar ważności kryteriów analizy ryzyka:

$$A = \{2, 1\}, \tag{27}$$

zaś elementom zbioru miar drugiej składowej ryzyka przyporządkowano następujący zbiór wartości:

$$\Omega_k = \{\varpi_{ik}^{(j)}\} = \{0,250; 0,375; 0,500; 0,625; 1,000\}, i = 1,2,\dots,n; j = 1,2,\dots,5; k = 1. \quad (28)$$

Ostatnim zagadnieniem jest wybór postaci funkcji f_2 – zależność (6), która pozwala wyznaczyć wartość R_i . Może być ona określona w postaci funkcji matematycznej, tabelarycznie, za pomocą grafu, werbalnie lub jeszcze w inny sposób. Oprócz poziomów składowych ryzyka, w analizach ryzyka uwzględnia się także miary ważności kryteriów analizy, a jedną z najczęściej wykorzystywanych zależności jest (29):

$$R_i = \prod_{k=1}^m \alpha_{ik} \cdot r_{ik}, i = 1,2,\dots,N, \quad (29)$$

lub uwzględniającą wyniki analizy ryzyka zagrożeń według dwóch kryteriów oraz miary ważności kryteriów analizy ryzyka zagrożeń, zależność (30):

$$R_i = \sum_{k=1}^2 \alpha_{ik} \cdot r_{ik}, i = 1,2,\dots,N \quad (30)$$

gdzie α_{ik} są miarami ważności składowych ryzyka w ramach k -tego kryterium analizy ryzyka. Taką postać funkcji ryzyka stosuje w wielu znanych metodach. Przykładowo w modelu ryzyka metody *Risk Score* i metodzie *Failure Mode and Effects Analysis* stosuje się trzy składowe ($k = 3$) i zbiór miar ich ważności $A = \{1; 1; 1\}$.

Korzystając zatem z zależności (9), (15) i (19), niech wartości funkcji celu RT będą wyrażone wzorem (31):

$$RT = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{\alpha_m B_i \cdot \prod_{k=1}^{m-1} \alpha_{ik} \cdot r_{ik} - R_i^{\min}}, \quad (31)$$

gdzie B_i jest składową funkcji celu zależną od rozkładu prawdopodobieństwa opisującego liczbę jednostek pracy do uszkodzenia i -tego elementu. Mogą być to typowe rozkłady prawdopodobieństwa. Można np. wstępnie założyć, że obsługa elementów następuje w okresie ich uszkodzeń starzeniowych, co byłoby bardzo korzystne z punktu widzenia efektywności funkcjonowania systemu obsługiwanego. Uszkodzenia w tym okresie charakteryzują się bowiem zwykle normalnym rozkładem prawdopodobieństwa. W takim przypadku postać funkcji celu f może wyglądać np. tak:

$$RT = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{\frac{\alpha_m}{\sigma_i \cdot \sqrt{2 \cdot \Pi}} \cdot \int_{-\infty}^{l_i} e^{-\frac{(l_i - \mu_i)^2}{2 \cdot \sigma_i^2}} \cdot dl \cdot \prod_{k=1}^{m-1} \alpha_{ik} \cdot r_{ik} - R_i^{\min}}, \quad (32)$$

lub inaczej:

$$RT = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{\alpha_m \cdot F_i^{N(\mu;\sigma)}(l_i) \cdot \prod_{k=1}^{m-1} \alpha_{ik} \cdot r_{ik} - R_i^{\min}} \quad (33)$$

gdzie:

$F_i^{N(\mu;\sigma)}(l_i)$ – wartość dystrybuanty liczby jednostek pracy do uszkodzenia i -tego elementu obiektu o rozkładzie normalnym, wyznaczona dla liczby jednostek pracy między obsługami elementu l_i ,

μ_i – wartość oczekiwana liczby jednostek pracy do uszkodzenia i -tego elementu obiektu,

σ_i – odchylenie standardowe liczby jednostek pracy do uszkodzenia i -tego elementu obiektu.

Etap 2 – Identyfikacja zagrożeń generowanych uszkodzeniami elementów obiektu

Identyfikacja zagrożeń stanowi osobne zagadnienie i ze względu na jego złożoność nie będzie poruszana w niniejszym artykule. Propozycję realizacji procesu identyfikacji zagrożeń można natomiast prześledzić w następujących publikacjach autora artykułu: [18-20]. Wynikiem procesu identyfikacji zagrożeń jest tzw. *hazard record*.

Etap 3 – Szacowanie i wartościowanie ryzyka zagrożeń generowanych stanem elementów obiektu

W prezentowanym modelu optymalizacji, przestrzeń poziomów ryzyka podzielono na trzy obszary. Schemat tego wartościowania pokazano w tabeli 2.

Tabela 2. Schemat wartościowania ryzyka w modelu optymalizacji systemu obsługi obiektów technicznych

| Zakres wartości miar ryzyka | Zakres poziomów ryzyka | Nazwa obszaru kategorii ryzyka i jego symboliczne oznaczenie |
|-----------------------------|------------------------|--|
| $[R_i^{\min}, R_i^{DT})$ | [0,50; 1,40) | Obszar kategorii ryzyka akceptowanego – symbol A |
| $[R_i^{DT}, R_i^{GT}]$ | [1,40; 1,60] | Obszar kategorii ryzyka tolerowanego – symbol T |
| $(R_i^{GT}, R_i^{\max}]$ | (1,60; 3,00] | Obszar kategorii ryzyka nieakceptowanego – symbol NA |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [21]

Gdy poziom ryzyka zawiera się w obszarze kategorii ryzyka nieakceptowanego lub tolerowanego, należy wdrożyć procedury postępowania wobec ryzyka, czyli czynności obsługowe.

Przyjęte zakresy poziomów ryzyka (tab. 2) powodują, że w procesie obliczeń mogą wystąpić dwa skrajne przypadki dotyczące wyznaczania l_i^{GT} na podstawie wartości R_i . Pierwszy przypadek polega na tym, że wartość ryzyka R_i będzie zawsze w obszarze A tj. kategorii ryzyka akceptowanego i to niezależnie od wartości r_{i2} – składowej ryzyka wyrażającej możliwość aktywizacji zagrożenia. Dzieje się tak wtedy, gdy poziom szkód/strat w wyniku aktywizacji zagrożeń jest bardzo niski (np. poziom 1 – "zielony").

Drugi przypadek polega na tym, że wartość ryzyka R_i będzie zawsze w obszarze NA tj. kategorii ryzyka nieakceptowanego i także, niezależnie od wartości r_{i2} . Jest to przypadek,

gdy pierwsza ze składowych ryzyka r_{i1} przyjmuje najwyższe wartości miar szkód/strat np. wartości na poziomie "czerwony" (tab. 2).

Graniczne wartości liczby jednostek pracy elementów, można uzyskać na podstawie wartości R_i^{DT} oraz R_i^{GT} . Niech zatem r_{i2}^{DT} będzie pewną graniczną wartością drugiej składowej uzyskaną na podstawie wartości R_i^{DT} . Przyjmując, że ryzyko R_i jest dane zależnością (30), można zapisać, że:

$$r_{i2}^{DT} = \frac{R_i^{DT} - \alpha_{i1} \cdot r_{i1}}{\alpha_{i2}} \quad (34)$$

oraz wykorzystując zależność (5), że:

$$r_{i2}^{DT} = F_i^{N(\mu, \sigma)}(l_i^{DT}), \quad (35)$$

a stąd:

$$F_i^{N(\mu, \sigma)}(l_i^{DT}) = \frac{R_i^{DT} - \alpha_{i1} \cdot r_{i1}}{\alpha_{i2}} \Rightarrow l_i^{DT} = F_i^{-1N(\mu, \sigma)}\left(\frac{R_i^{DT} - \alpha_{i1} \cdot r_{i1}}{\alpha_{i2}}\right). \quad (36)$$

Wiedząc, że dystrybuenta liczby jednostek pracy do uszkodzenia i -tego elementu obiektu jest rozkładu normalnego, można przyjąć, że:

$$F_{i(\max)}(l) = F_i^{N(0;1)}(3) \quad (37)$$

W pierwszym przypadku, dotyczącym wyznaczania l_i^{GT} , gdy wartość ryzyka R_i będzie zawsze w obszarze A, nie ma konieczności "spieszenia się" z wykonywaniem obsługi elementu obiektu. W drugim przypadku, gdy wartość ryzyka R_i będzie zawsze w obszarze NA, obsługi elementu powinny następować jak najwcześniej. W ramach modelu szczegółowego i przyjętej postaci funkcji (15) albo (20), a w szczególności postaci dystrybuenty, proponuje się rozwiązanie w następującej formie:

$$l_i^{DT} = \begin{cases} \mu_i - 3\sigma_i & \text{dla } r_{i2} \cong 0 \\ F_i^{-1}\left(\frac{R_i^{DT} - \alpha_{i1} \cdot r_{i1}}{\alpha_{i2}}\right) & \text{dla } 0 < r_{i2} < 1 \\ \mu_i + 3\sigma_i & \text{dla } r_{i2} \cong 1 \end{cases} \quad (38)$$

$$l_i^{GT} = \begin{cases} \mu_i - 3\sigma_i & \text{dla } r_{i2} \cong 0 \\ F_i^{-1}\left(\frac{R_i^{GT} - \alpha_{i1} \cdot r_{i1}}{\alpha_{i2}}\right) & \text{dla } 0 < r_{i2} < 1 \\ \mu_i + 3\sigma_i & \text{dla } r_{i2} \cong 1 \end{cases}$$

Wskazane przypadki nie muszą wystąpić przy inaczej przyjętych schematach wartościowania ryzyka.

Etap 4 – Wyznaczenie zakresów wartości zmiennych decyzyjnych modelu optymalizacji

Wyznaczenie zakresów wartości zmiennych decyzyjnych modelu służy przede wszystkim do realizacji obliczeń w sposób symulacyjny. Wymaga tego postawiony problem badawczy, a w szczególności nieliniowa postać funkcji celu.

Wartość zmiennej l_1 jest liczbą rzeczywistą z przedziału $\langle l_1^{DT}; l_1^{GT} \rangle$. Wprowadza się zatem dyskretyzację przedziału wartości l_1 tzn. przyjmuje się pewien krok symulacji/obliczeń Δl oraz zakłada się, że $l_1^{DT} = \Delta l$. Można także interpretować Δl jako dokładność obliczeń.

Dyskretyzacja przedziału wartości l_1 oraz krotności między obsługami elementów (zależność (13)) powodują powstanie charakterystycznych zbiorów zmiennych decyzyjnych tj. zbiorów możliwych liczb jednostek pracy między obsługami elementów.

Niech Λ_i będą zatem zbiorami możliwych liczb jednostek pracy między obsługami elementów, które zdefiniowane są w następujący sposób:

- dla $i = 1$

$$\Lambda_1 = \{l_{1(j)}\}, \quad j = 1, 2, \dots, m_1, \quad \text{przy czym } l_{1(j)} - l_{1(j-1)} = \Delta l \quad (39)$$

gdzie:

$l_{1(j)}$ – jest j -tą możliwą wartością liczby jednostek pracy między obsługami i -tego elementu.

j – jest identyfikatorem kolejnej, możliwej wartości liczby jednostek pracy między obsługami i -tego elementu, należącej do zbioru Λ_1 ,

m_1 – jest licznością zbioru Λ_1 równą:

$$m_1 = \text{int} \left(\frac{l_1^{GT}}{\Delta l} \right), \quad (40)$$

- dla $i > 1$

$$\Lambda_i = \{l_{i(k)}\}, \quad k = 1, 2, \dots, n_i \quad (41)$$

gdzie:

n_i – jest licznością zbioru Λ_i zależną od wartości $l_{1(j)}$ w następujący sposób:

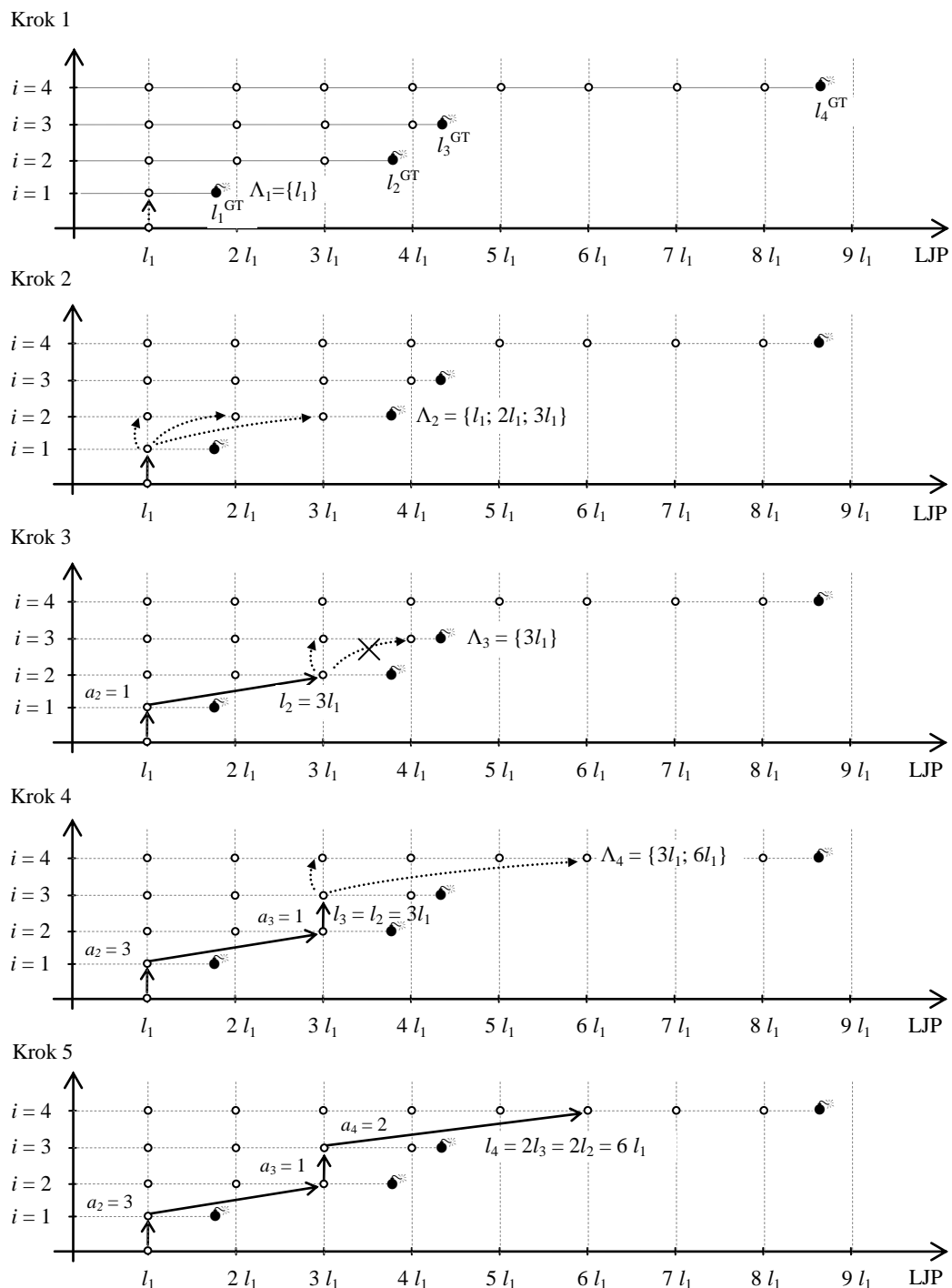
$$n_i = \text{int} \left(\frac{l_i^{GT}}{l_{1(j)}} \right), \quad (42)$$

oraz:

$l_{i(k)}$ – jest k -tą możliwej wartością liczby jednostek pracy między obsługami i -tego elementu taką, że:

$$\forall_{i>1} \forall_j \forall_k l_{i(k)} = k \cdot \prod_{v=2}^i a_{v-1} \cdot l_{1(j)}, \quad (43)$$

Rysunek 1 pokazuje m.in. sposób wyznaczania zbiorów Λ_i dla czterech elementów przykładowego obiektu technicznego i jednej z wartości $l_{1(j)}$.



Rys. 1. Schemat uzyskiwania przykładowego rozwiązania dopuszczalnego w optymalizacji liczby jednostek pracy między obsługami obiektu technicznego dla czterech elementów tego obiektu i jednej z wartości l_1

Zakładając zatem, że $i = 4, j = 1$ oraz, że zmienne decyzyjne przyjmują wartości jak na rysunku 1 tzn.: $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 1, a_4 = 2$, zbiory Λ_i będą wyglądały następująco:

$$\begin{aligned}\Lambda_1 &= \{l_{1(1)}\} \\ \Lambda_2 &= \{l_{2(1)}; l_{2(2)}; \dots; l_{2(n_2)}\} = \{a_1 l_{1(1)}; 2a_1 l_{1(1)}; \dots; n_2 a_1 l_{1(1)}\} = \{l_{1(1)}; 2l_{1(1)}; 3l_{1(1)}\} \\ \Lambda_3 &= \{l_{3(1)}; l_{3(2)}; \dots; l_{3(n_3)}\} = \{a_2 a_1 l_{1(1)}; 2a_2 a_1 l_{1(1)}; \dots; n_3 a_2 a_1 l_{1(1)}\} = \{3l_{1(1)}\} \\ \Lambda_4 &= \{l_{4(1)}; l_{4(2)}; \dots; l_{4(n_4)}\} = \{a_3 a_2 a_1 l_{1(1)}; 2a_3 a_2 a_1 l_{1(1)}; \dots; n_4 a_3 a_2 a_1 l_{1(1)}\} = \{3l_{1(1)}; 6l_{1(1)}\}\end{aligned}$$

Korzystając z zależności (26) można odpowiednio zapisać zależności poszczególnych składowych wartości RT . Zapis tych wartości w poszczególnych punktach grafu przedstawionego na rysunku 1 oraz dla jednej wartości $l_{1(j)}$ (np. $j = 1$), będzie wyglądał następująco:

- dla $i = 1$

$$u_1(l_1 = l_{1(1)}) = q_1(l_{1(1)}) + \min_{l_2 \in \Lambda_2 = \{l_{1(1)}; 2l_{1(1)}; 3l_{1(1)}\}} u_2(l_2)$$

- dla $i = 2$

$$u_2(l_2 = l_{2(1)} = l_{1(1)}) = q_2(l_{1(1)}) + \min_{l_3 \in \Lambda_3 = \{l_{1(1)}; 2l_{1(1)}; 3l_{1(1)}; 4l_{1(1)}\}} u_3(l_3)$$

$$u_2(l_2 = l_{2(2)} = 2l_{1(1)}) = q_2(2l_{1(1)}) + \min_{l_3 \in \Lambda_3 = \{2l_{1(1)}; 4l_{1(1)}\}} u_3(l_3)$$

$$u_2(l_2 = l_{2(3)} = 3l_{1(1)}) = q_2(3l_{1(1)}) + \min_{l_3 \in \Lambda_3 = \{3l_{1(1)}\}} u_3(l_3)$$

- dla $i = 3$

$$u_3(l_3 = l_{3(1)} = l_{1(1)}) = q_3(l_{1(1)}) + \min_{l_4 \in \Lambda_4 = \{l_{1(1)}; 2l_{1(1)}; 3l_{1(1)}; 4l_{1(1)}; 5l_{1(1)}; 6l_{1(1)}; 7l_{1(1)}; 8l_{1(1)}\}} u_4(l_4)$$

$$u_3(l_3 = l_{3(2)} = 2l_{1(1)}) = q_3(2l_{1(1)}) + \min_{l_4 \in \Lambda_4 = \{2l_{1(1)}; 4l_{1(1)}; 6l_{1(1)}; 8l_{1(1)}\}} u_4(l_4)$$

$$u_3(l_3 = l_{3(3)} = 3l_{1(1)}) = q_3(3l_{1(1)}) + \min_{l_4 \in \Lambda_4 = \{3l_{1(1)}; 6l_{1(1)}\}} u_4(l_4)$$

$$u_3(l_3 = l_{3(4)} = 4l_{1(1)}) = q_3(4l_{1(1)}) + \min_{l_4 \in \Lambda_4 = \{4l_{1(1)}; 8l_{1(1)}\}} u_4(l_4)$$

- dla $i = 4$

$$u_4(l_4 = l_{4(k)}) = q_4(l_{1(k)}), \quad k = 1, 2, \dots, 8$$

W efekcie pierwszą wartość składowej $w_1(l_1 = l_{1(1)})$ wskaźnika RT uzyskaną według schematu pokazanego na rysunku 1, można uzyskać w następujący sposób:

$$w_1(l_1 = l_{1(1)}) = q_1(l_{1(1)}) + q_2(3l_{1(1)}) + q_3(3l_{1(1)}) + q_4(6l_{1(1)}).$$

Kolejnym krokiem obliczeń jest wyznaczenie wartości $w_1(l_1)$ dla pozostałych wartości $l_{1(j)}$ tj. dla $j = 2, 3, \dots, m_1$.

5. Aplikacja modelu optymalizacji dla przykładowego obiektu

Przykład optymalizacji przedstawiono dla niektórych elementów tramwaju. Wybrano najczęściej uszkodzające się elementy różnych układów/systemów tramwaju. Ich uszkodzenia zwykle powodują zatrzymanie tramwaju. Stan elementów ulega zmianie w wyniku zużywania i/lub stosunkowo trudne lub nieopłacalne jest monitorowanie stanu technicznego tych elementów.

Informacje o uszkodzeniach wybranych elementów tramwajów przedstawiono w postaci odpowiednich charakterystyk (tab. 3). Uzyskano je na podstawie danych (gromadzonych na potrzeby Miejskiego Przedsiębiorstwa Komunikacyjnego) o czasach i powodach tzw. zjazdów tramwajów. Dane pochodzą z okresu trzech lat, podczas których tramwaje użytkowano w normalnych warunkach pracy. Jako zmienną charakteryzującą życie elementów wybrano czas ich pracy do uszkodzenia wyrażony w dniach. Hipotezy o postaci rozkładów prawdopodobieństwa tego czasu weryfikowano z użyciem programu Statistica 12, przyjmując poziom istotności 0,05.

Tabela 3. Charakterystyki wybranych elementów tramwaju

| Lp. | Nazwa elementu | Statystyki opisowe czasu pracy elementu | | | | Charakterystyki dopasowania rozkładu | | | |
|-----|--|---|----------------|-----------------|------------------------|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------|----------------------------|
| | | Liczba realizacji | Liczba wagonów | Wartość średnia | Odchylenie standardowe | Typ rozkładu prawdop. | Liczba stopni swobody | Wartość statystyki chi-kwadrat | Istotność statystyczna p |
| 1 | Blachy oporowe rozrusznika GBT-373 | 394 | 43 | 87,10914 | 120,3005 | Lognormalny | 13 | 19,25974 | 0,11527 |
| 2 | Ślizg odbieraka prądu | 164 | 55 | 189,6890 | 182,3782 | Wykładniczy | 9 | 10,28231 | 0,32812 |
| 3 | Szczotki silnika przetwornicy prądu | 54 | 12 | 68,55556 | 62,30953 | Lognormalny | 3 | 1,94371 | 0,58417 |
| 4 | Mechanizm dźwigniowy hamulca | 608 | 35 | 51,93092 | 75,09104 | Lognormalny | 14 | 19,48904 | 0,14709 |
| 5 | Przegub Kardana | 44 | 29 | 221,6364 | 237,6264 | Wykładniczy | 8 | 13,54065 | 0,09455 |
| 6 | Przełącznik R15 | 60 | 25 | 149,9000 | 175,7922 | Lognormalny | 3 | 4,61922 | 0,20190 |
| 7 | Sterownik drzwi | 49 | 25 | 168,7959 | 194,0156 | Wykładniczy | 2 | 2,99906 | 0,22324 |
| 8 | Przełącznik elektronicznego rozruchu (PER) | 64 | 37 | 210,4063 | 201,1366 | Wykładniczy | 6 | 6,75927 | 0,34368 |
| 9 | Regulacja krzywek mechanizmu drzwi | 66 | 33 | 232,6667 | 221,4298 | Wykładniczy | 4 | 8,71243 | 0,06870 |

W tabeli 4 przedstawiono parametry modelu optymalizacji. Aby je wyznaczyć dokonano identyfikacji zagrożeń (etap 2, rozdz. 4) związanych z uszkodzeniami wybranych elementów, a sformułowane zagrożenia podano w kolumnie 5 tabeli 4. Zagrożeniom nadano numery identyfikacyjne ("Z_") zgodne z identyfikatorem i elementów.

Następnie, kierując się zasadami przyjętego modelu ryzyka (etap 1, rozdz. 4), przyjęto wartości jednej ze składowych ryzyka (kol. 6, tab. 4). Pozwoliło to wyznaczyć wartości I_i^{GT} (kol. 8, tab. 4) zgodnie z zależnością (38) przy znanej funkcji $F_i(l)$, danej odpowiednim rozkładem prawdopodobieństwa (tab. 3).

Z uwagi na złożoność obliczeń (etap 4, rozdz. 4) i pewną swoistość problemu optymalizacyjnego, zdecydowano się na opracowanie aplikacji komputerowej dedykowanej modelowi optymalizacji. Pozwala ona na dokonywanie obliczeń w sposób symulacyjny dla

teoretycznie dowolnej liczby elementów obiektu z założonym krokiem symulacji/obliczeń Δt . Na rysunku 2a pokazano schemat struktury cyklu obsługi oraz wykres wartości funkcji celu dla obiektu przyjętego w prezentowanym przykładzie. Wartość wskaźnika postępowania wobec ryzyka dla rozwiązania optymalnego, wyniosła $RT = 2819,17$.

Tabela 4. Parametry modelu metody optymalizacji systemu obsługi obiektów technicznych

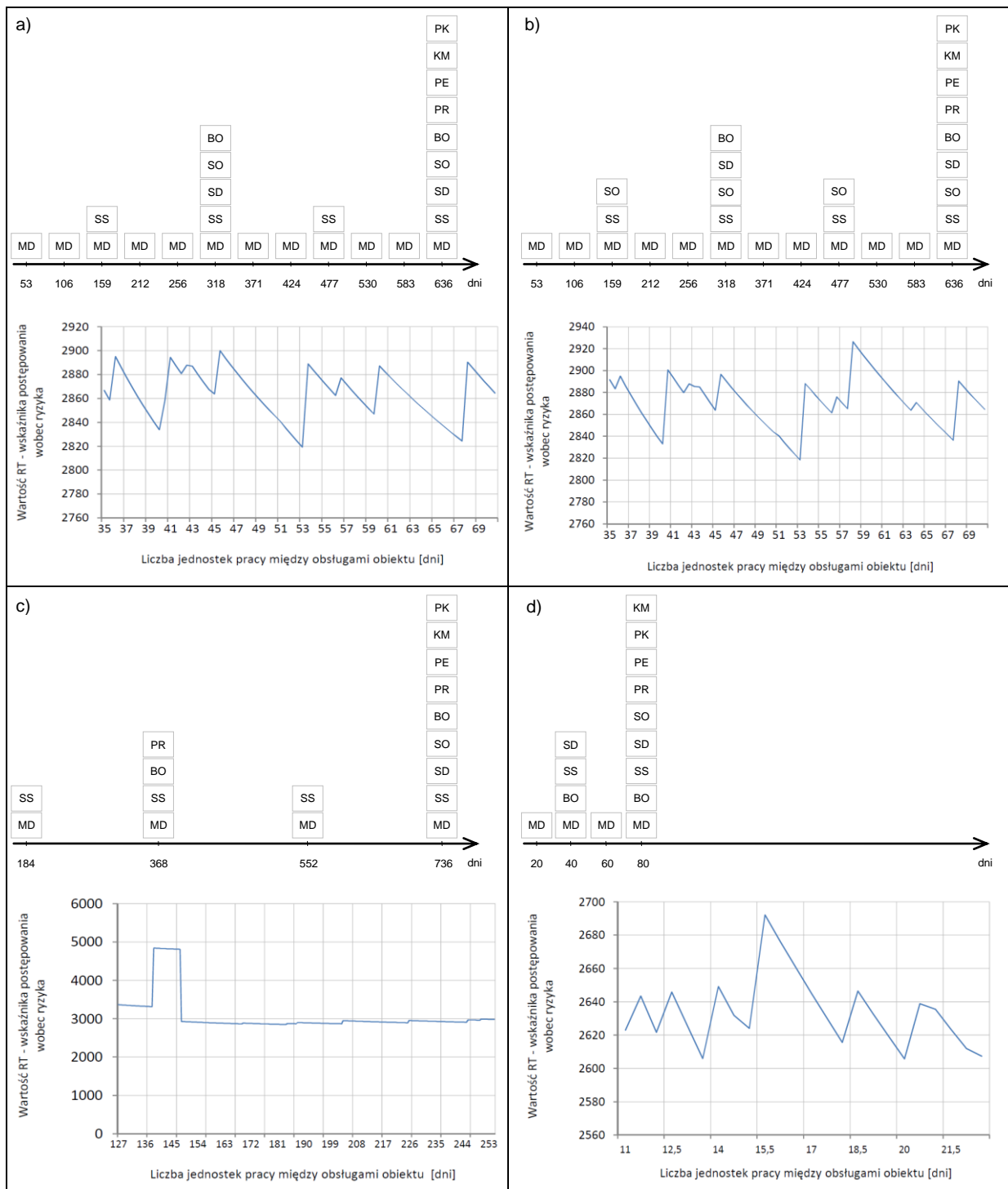
| Lp. | i^* | Nazwa elementu / (rodzaj czynności obsługowej) | ID ** | Zagrożenie związane z uszkodzeniem elementu tramwaju | Wartość miary składowej ryzyka wyrażającej szkody/straty po aktywizacji zagrożenia r_{i1} | Koszty c_i postępowania wobec ryzyka wyrażone stratami czasu [min] | Graniczna wartość liczby jednostek pracy elementu I_i^{GT} [dni] |
|-----|-------|--|-------|---|--|--|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 5 | Błachy oporowe rozrusznika GBT-373/(wymiana) | BO | Z4 – zagrożenie zatrzymaniem tramwaju podczas użytkowania | 0,250 | 360 | 448,01 |
| 2 | 4 | Ślizg odbieraka prądu/(wymiana) | SO | Z7 – zagrożenie uszkodzeniem sieci trakcyjnej | 0,375 | 180 | 359,86 |
| 3 | 2 | Szczotki silnika przetwornicy prądu/(wymiana) | SS | Z2 – zagrożenie zatrzymaniem tramwaju podczas użytkowania | 0,250 | 60 | 255,48 |
| 4 | 1 | Mechanizm dźwigniowy hamulca/(regulacja) | MD | Z1 – zagrożenie wydłużeniem drogi hamowania | 0,500 | 240 | 70,96 |
| 5 | 9 | Przegub Kardana/(wymiana) | PK | Z9 – zagrożenie zatrzymaniem tramwaju podczas użytkowania | 0,250 | 420 | 934,52 |
| 6 | 6 | Przełącznik R15/(wymiana) | PR | Z6 – zagrożenie zatrzymaniem tramwaju podczas użytkowania | 0,250 | 120 | 677,28 |
| 7 | 3 | Sterownik drzwi/(wymiana) | SD | Z3 – zagrożenie uderzeniem i/lub przewróceniem pasażera | 0,375 | 300 | 320,23 |
| 8 | 7 | Przełącznik elektronicznego rozruchu (PER)/(wymiana) | PE | Z8 – zagrożenie zatrzymaniem tramwaju podczas użytkowania | 0,250 | 960 | 813,82 |
| 9 | 8 | Krzywki mechanizmu drzwi/(regulacja) | KM | Z1 – zagrożenie niedomknięciem drzwi umożliwiające jazdę tramwaju | 0,250 | 120 | 896,96 |

* – identyfikator elementu obiektu wynikający z rosnących granicznych wartości liczb jednostek pracy elementów

** – identyfikator elementu w schematach struktur cykli obsługowych

Na rysunku 2b, 2c, 2d pokazano „reakcję” modelu na zmiany jego głównych parametrów tj. zmiany wartości miary składowej ryzyka wyrażającej szkody/straty w wyniku aktywizacji zagrożenia.

W przypadku obliczeń prezentowanych na rysunku 2b, pokazano reakcję modelu optymalizacji na zmiany istotne z punktu widzenia szacowania ryzyka, natomiast niewielkie w sensie zmian wartości parametrów modelu. Analizie poddano sytuację polegającą na uszkodzeniu odbieraka prądu (pantografu) tramwaju i fragmentów sieci trakcyjnej w wyniku zużycia nakładki grafitowej (ślizgu). Odwzorowano to w modelu podnosząc wartość składowej r_{41} do wartości 0,500. Zauważalne jest przemieszczenie symbolu tego elementu „SO” w strukturze cyklu i jego częstsze występowanie. Wartość wskaźnika postępowania wobec ryzyka dla tego rozwiązania wyniosła $RT = 2818,45$.



Rys. 2. Wyniki wyznaczania optymalnej struktury cyklu obsługi z wykorzystaniem modelu optymalizacji dla różnych wariantów danych wejściowych (oznaczenia skrótów – jak w tabeli 4)

Rozwiązania prezentowane na rysunku 2c i 2d dotyczą typowo teoretycznych przypadków obliczeń. Przyjęto w nich graniczne (minimalne i maksymalne) wartości miary składowej ryzyka wyrażającej szkody/straty po aktywizacji zagrożenia. Wprowadzono zatem, dla przypadku obliczeń na rysunku 2c, minimalne wartości $r_{i1} = 0,250$ dla wszystkich ($i = 1, 2, \dots, 9$) elementów obiektu i/lub wszystkich zagrożeń, a następnie dla przypadku na rysunku 2d, maksymalne wartości tj. $r_{i1} = 0,625$. Wartość wskaźnika postępowania wobec

ryzyka dla rozwiązań optymalnych uzyskanych w przypadkach obliczeń c) i d) na rysunku 2, wyniosły odpowiednio: $RT = 2848,46$ i $RT = 2605,70$. Należy natomiast zwrócić uwagę na znaczne zmiany wartości interwału czasu między poszczególnymi obsługami obiektu.

5. Podsumowanie

Problem optymalizacji systemu obsługi obiektów technicznych z uwzględnieniem ryzyka wymaga odpowiedniego sformułowania funkcji celu. Może być ona oparta na modelu ryzyka lub uwzględniać składową odnoszącą się do ryzyka. W opracowanej metodzie sformułowano oryginalną postać funkcji celu. Jej składowymi są koszty postępowania wobec ryzyka oraz wartości zmniejszenia miary ryzyka osiągane w wyniku uniknięcia uszkodzeń elementów obiektu. W funkcji celu procesu optymalizacji zastosowano model ryzyka oparty na dwóch kryteriach: kryterium szkód/strat ponoszonych w wyniku aktywizacji zagrożeń i kryterium możliwości aktywizacji tych zagrożeń. W ramach pierwszego z wymienionych kryteriów, wykorzystuje się skończony zbiór poziomów wartości szkód/strat. Drugie z kryteriów uzależniono od czasu pracy obiektu. Jego wartości wyraża prawdopodobieństwo zdarzenia, że element wymaga czynności obsługowej, po przepracowaniu określonej liczby jednostek czasu pracy. Przyjęto, że model miary ryzyka jest sumą iloczynów składowych ryzyka według poszczególnych kryteriów i ważności tych kryteriów.

Podjęcie decyzji obsługowych uzbrojone jest w procedury oparte na schemacie wartościowania ryzyka. Zastosowano autorski schemat wartościowania ryzyka, który kwalifikuje ryzyko do trzech kategorii (akceptowane, tolerowane, nieakceptowane). Gdy wartość miary ryzyka zawiera się w obszarze kategorii ryzyka nieakceptowanego lub tolerowanego, należy wdrożyć procedury postępowania wobec ryzyka (czynności obsługowe). Omówiono szczególne przypadki wartościowania ryzyka, wynikające z użycia zastosowanych schematów.

Struktura cykli obsługowych w strategiach profilaktycznych powoduje, że funkcja celu problemu decyzyjnego jest nieciągła. Proponuje się więc rozwiązanie problemu z wykorzystaniem metod programowania dynamicznego. W tym celu opracowano i przedstawiono matematyczny zapis takiego modelowania. Stosunkowo trudnym zadaniem jest wyznaczenie zakresów wartości jakie w tym modelowaniu, mogą przyjąć zmienne decyzyjne. Problem zilustrowano pokazując schemat uzyskiwania przykładowego rozwiązania dopuszczalnego. Ponadto, dokonano formalnego/matematycznego zapisu generowania zakresów wartości zmiennych decyzyjnych.

Złożoność sformułowanego zadania optymalizacyjnego do uzyskania rozwiązań wymagała wspomaganie komputerowego. Opracowano dedykowany program komputerowy i za jego pomocą dokonano rozwiązań zadania optymalizacji w zakresie planowania obsługi wybranych urządzeń tramwajów. Za pomocą tego programu opracowano także wyniki optymalizacji i przeprowadzono ich wizualizację. Program umożliwia także sprawdzenie "reakcji" modelu optymalizacji na zmiany parametrów. Sprawdzono przede wszystkim te zmiany, istotne z punktu widzenia szacowania ryzyka, natomiast niewielkie w sensie zmian wartości parametrów. Analizie poddano m.in. sytuację polegającą na uszkodzeniu odbieraka prądu (pantografu) tramwaju i fragmentów sieci trakcyjnej w wyniku nadmiernego zużycia nakładki grafitowej (ślizgu) odbieraka prądu. Zauważono istotną zmianę w strukturze cyklu obsług oraz zmianę wartości wskaźnika RT . Pozwala to sądzić, że przygotowana metoda umożliwi rozwiązywanie problemów decyzyjnych dotyczących: sposobów, zakresu i harmonogramów wymiany, napraw i obsług bieżących elementów obiektów technicznych, sposobów i harmonogramów diagnozowania oraz wymian prewencyjnych elementów, problemów zaopatrywania podsystemu obsługi w części zamienne.

Acknowledgement: praca badawcza finansowana ze środków działalności statutowej Wydziału Maszyn Roboczych i Transportu Politechniki Poznańskiej 05/52/DSPB/0259.

Literatura

1. Amundrud Ø, Aven T. On how to understand and acknowledge risk. *Reliability Engineering and System Safety* 2015; 142: 42–47, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2015.04.021>.
2. Brennan F. Risk Based Maintenance for Offshore Wind Structures. *Procedia CIRP* 2013; 11: 296–300, <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2013.07.021>.
3. Carazas F G, Souza G F M. Risk-based decision making method for maintenance policy selection of thermal power plant equipment. *Energy* 2010; 35: 964–975, <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2009.06.054>.
4. Commission Implementing Regulation (EU) 2015/1136 of 13 July 2015 amending Implementing Regulation (EU) No 402/2013 on the common safety method for risk evaluation and assessment, 2015: Official Journal of the European Union.
5. Dekker R. Applications of maintenance optimization models: a review and analysis. *Reliability Engineering and System Safety* 1996; 51: 229–240, [http://dx.doi.org/10.1016/0951-8320\(95\)00076-3](http://dx.doi.org/10.1016/0951-8320(95)00076-3).
6. Dickerson D E, Ackerman P J. Risk-based Maintenance Management of U.S. Public School Facilities. *Procedia Engineering* 2016; 145: 685–692, <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2016.04.069>.
7. Flage R, Aven T. Emerging risk – Conceptual definition and a relation to black swan type of events. *Reliability Engineering and System Safety* 2015; 144: 61–67, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2015.07.008>.
8. Fujiyama K, Nagaia S, Akikunib Y, Fujiwarab T, Furuyab K, Matsumotob S, Takagib K, Kawabatac T. Risk-based inspection and maintenance systems for steam turbines. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2004; 81: 825–835, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpvp.2004.07.005>.
9. Gill A. Metoda wyznaczania struktury cyklu napraw elementów pojazdów szynowych. *Pojazdy Szynowe* 2004; 3-4: 38–42.
10. Gill A. Procedury decyzyjne w obsłudze obiektów systemów technicznych uwzględniające analizę ryzyka. [rozprawa doktorska], Poznań: Politechnika Poznańska, 2007.
11. Gill A, Kadziński A. Metoda organizacji systemu obsługi obiektów pojazdów szynowych uwzględniająca poziom nienaruszalności bezpieczeństwa. Organizacja transportu szynowego, w: XVII Konferencji Naukowej „Pojazdy Szynowe 2006”, Kazimierz Dolny 2006: 575–585.
12. Gill A, Kadziński A. System obsługi pojazdów szynowych jako element w warstwowym modelu ich systemów bezpieczeństwa. *Pojazdy Szynowe* 2006; 4: 31–38.
13. Gill A, Kadziński A. Warunkowanie ryzykiem w procedurach decyzyjnych w obsłudze pojazdów szynowych. *Logistyka* 2009; 6: CD.
14. Gill A, Kadziński A. The determination procedure of the onset of the object wear-out period based on monitoring of the empirical failure intensity function. *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2015; 17 (2): 282–287, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2015.2.16>.
15. Hameed A, Khan F, Ahmed S. A risk-based shutdown inspection and maintenance interval estimation considering human error. *Process Safety and Environmental Protection* 2016; 100: 9–21, <http://dx.doi.org/10.1016/j.psep.2015.11.011>.

16. Hu J, Zhang L. Risk based opportunistic maintenance model for complex mechanical systems. *Expert Systems with Applications* 2014; 41: 3105–3115, <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2013.10.041>.
17. Moradkhani A, Haghifam M R, Abedi S M. Risk-based maintenance scheduling in the presence of reward penalty scheme. *Electric Power Systems Research* 2015; 121: 126–133, <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2014.12.006>.
18. Gill A. The concept of safety system for the selected hazards identified in tram communication. *Technika Transportu Szynowego* 2015, 10: 2065–2074.
19. Gill A, Kadziński A. Hazard identification model. *Proceedings of 20th International Scientific Conference Transport Means* 2016; 5-7 Oct. Juodkrantė, Lithuania: 885–890.
20. Gill A, Kobaszyńska-Twardowska A. Identyfikacja zagrożeń w wybranych strefach tramwaju z wykorzystaniem metody Bow-Tie. *Logistyka* 2014; 6: 5514–5521.
21. Kadziński A. Studium wybranych aspektów niezawodności systemów oraz obiektów pojazdów szynowych. Poznań: Wyd. Politechniki Poznańskiej, seria Rozprawy, nr 511, 2013.
22. Kadziński A, Gill A. Integracja pojęć. In: Krystek R, editor. *Zintegrowany system bezpieczeństwa transportu*. Warszawa: WKŁ, 2009: 285–288.
23. Kadziński A, Warguła J, Gill A, Szacowanie i wartościowanie ryzyka zagrożeń związanych z odcinkiem szybkiego tramwaju na poznańskiej sieci tramwajowej. *Logistyka* 2012; 3: 939–948.
24. Kadziński A, Woźniak A. O modelach kwantyfikacji zagrożeń bezpieczeństwa w transporcie kolejowym, w: *Mat. XIV konferencji naukowej "Pojazdy szynowe"*; Kraków-Arlamów, 2000: 129-136.
25. Khan F I, Haddara M R. Risk-based maintenance of ethylene oxide production facilities. *Journal of Hazardous Materials* 2004; 108(3): 147–159, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhazmat.2004.01.011>.
26. Kosmowski K T. *Metodyka analizy ryzyka w zarządzaniu niezawodnością i bezpieczeństwem elektrowni jądrowych*. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2003.
27. Młyńczak M, Pisarski P. Wspomaganie komputerowe w prognozowaniu obsługi obiektów mechanicznych: *Metody prognozowania w inżynierii niezawodności*, w: *Mat. XXXI Zimowej Szkoły Niezawodności*; Szczyrk, 2003: 356–364.
28. Nilsson F. Risk based approach to plant life management. *Nuclear Engineering and Design* 2003; 221(1-3): 293-300, DOI: 10.1016/S0029-5493(02)00334-5.
29. Nielsen J J, Sørensen J D. On risk-based operation and maintenance of offshore wind turbine components. *Reliability Engineering and System Safety* 2011; 96: 218–229, <http://dx.doi.org/10.1016/j.res.2010.07.007>.
30. Niu G, Yang B, Pecht M. Development of an optimized condition-based maintenance system by data fusion and reliability-centered maintenance. *Reliability Engineering and System Safety* 2010; 95: 786–796, <http://dx.doi.org/10.1016/j.res.2010.02.016>.
31. Niziński S. *Eksploracja obiektów technicznych*. Radom: Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji, 2002.
32. Ochodek B, Ochodek M. *Algorytmy i struktury danych*. Piła: Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Pile, 2003.
33. Okulewicz J, Salamonowicz T. Porównanie wybranych strategii odnów profilaktycznych. W: *Mat. XXXIV Zimowej Szkoły Niezawodności*, 2006: 218-227.
34. Ponchet A, Fouladirad M, Grall A. Assessment of a maintenance model for a multi-deteriorating mode system. *Reliability Engineering and System Safety* 2010; 95: 1244–1254, <http://dx.doi.org/10.1016/j.res.2010.06.021>.

35. Rusin A, Wojaczek A. Optimization of power machines maintenance intervals taking the risk into consideration. *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2012; 14 (1): 72–76.
36. Sarkar A, Panja S H, Sarkar B. Survey of maintenance policies for the Last 50 Years. *International Journal of Software Engineering & Applications (IJSEA)* 2011; 2(3)130-148.
37. Straub D, Faber M H. Risk based inspection planning for structural systems. *Structural Safety* 2005; 27: 335–355, <http://dx.doi.org/10.1016/j.strusafe.2005.04.001>.
38. Tang D, Yu J, Chen X, Makis V. An optimal condition-based maintenance policy for a degrading system subject to the competing risks of soft and hard failure. *Computers & Industrial Engineering* 2015; 83: 100–110, <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2015.02.003>.
39. Wang L, Chu J, Mao W. A condition-based order-replacement policy for a single-unit system. *Applied Mathematical Modelling* 2008; 32: 2274–2289, <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2007.07.016>.
40. Zio E. Reliability engineering: Old problems and new challenges, *Reliability Engineering & System Safety* 2009; 94(2): 125–141, <http://dx.doi.org/10.1016/j.res.2008.06.002>.