

**dr inż. Piotr Serkies**

Katedra Maszyn Napędów i Pomiarów Elektrycznych  
Politechnika Wroclawska  
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław  
E-mail: piotr.serkies@pwr.edu.pl

## **Porównanie metod sterowania napędem elektrycznym z połączeniem sprężystym pozwalające na ograniczenie amplitudy momentu skrętnego**

**Słowa kluczowe:** napęd z połączeniem sprężystym, tłumienie drgań skrętnych

### **Abstract:**

W artykule przedstawiono zagadnienia związane ze sterowaniem prędkością napędu z połączeniem sprężystym, które pozwala na ograniczenie amplitudy momentu skrętnego. Ograniczenie amplitudy tej zmiennej stanu wpływa na wydłużenie żywotności połączeń mechanicznych napędu. W pracy porównano trzy układy regulacji: regulator *PI* z dodatkowymi sprzężeniami, kaskadowy regulator bazujący na metodzie *FDC*, oraz regulator predykcyjny *MPC*. W kolejnych rozdziałach przedstawiono model układu regulacji, oraz opisano rozpatrywane algorytmy sterowania. Następnie przedstawiono wszechstronne badania symulacyjne i eksperymentalne.

### **1. Wprowadzenie**

Od nowoczesnych układów napędowych oczekuje się coraz większej dynamiki przy zachowaniu wysokiej precyzji i niezawodności. Takie wymagania pociągają za sobą coraz większe wykorzystanie właściwości i wytrzymałości materiałów konstrukcyjnych. W związku z tym w coraz liczniejszej grupie napędów ujawnia się skończona sztywność połączeń mechanicznych pomiędzy silnikiem napędowym a maszyną roboczą. Powyższy problem pierwotnie rozpatrywany był w przemyśle ciężkim w różnych typach maszyn jak: walcarki [13], przenośniki taśmowe [10], czy maszyny papiernicze [20]. Jednak obecnie problem ten rozpatrywany jest także w napędach: robotów [4], przepustnic [21], generatorów wiatrowych [2], czy nowoczesnych serwonapędów ze sprzęgłami magnetycznymi [12].

Do sterowania prędkością czy położeniem napędów z połączeniem sprężystym wykorzystuje się różne metody sterowania: od prostych bazujących na regulatorze *PI* nastrojonym z uwzględnieniem elastyczności połączenia [22], po przez wprowadzenie do takiego regulatora dodatkowych sprzężeń zwrotnych od jednej lub kilku zmiennych stanu, szczegółowy przegląd tych rozwiązań można znaleźć w [17]. Kolejne z układów regulacji wykorzystują sterowanie adaptacyjne. Można tu wyróżnić takie metody jak sterowanie rozmyto-ślizgowe i neuronowe [3,7], czy sterowanie lejowe [14] ta grupa metod zapewnia dobre tłumienie oscylacji i dodatkowo charakteryzuje się dużą odpornością w przypadku źle wyznaczonych parametrów napędu. Inne podejście do sterowania adaptacyjnego przedstawiono w pracach [8,18] tu do przestrajania nastaw regulatorów wykorzystano nadrzędny układ, który na bieżąco odtwarza nieznaną i zmienny parametr. Inną, jednak rzadziej stosowaną metodą sterowania jest sterowanie ślizgowe [9].

W przypadku napędu z elastycznością połączenia podstawowym wyzwaniem jakie jest stawiane przed układem sterowania to tłumienie oscylacji elektromechanicznych zmiennych stanu. Jednak drugim zagadnieniem jakie się pojawia w rozpatrywanej grupie napędów jest ograniczenie amplitudy momentu skrętnego, tak aby zwiększyć żywotność połączeń mechanicznych, co poprawia niezawodność całego układu napędowego. Opisane powyżej metody nie dają jednak możliwości wprowadzenia w prosty sposób ograniczenia wartości

zmiennych stanu (momentu skrętnego). Jediną ograniczaną wielkością jest wartość zadanego momentu elektromagnetycznego (sygnał sterujący). W takich układach jedynym sposobem na ograniczenie amplitudy wewnętrznych zmiennych stanu jest osłabienie dynamiki całego układu. Innym podejściem, które pozwala na wprowadzenie ograniczenia na wartość wybranej zmiennej stanu, jest zastosowanie kaskadowej struktury sterowania, w której wydzielona zostanie podrzędna pętla sterowania. Wówczas możliwe jest ograniczenie takiej zmiennej stanu [16]. Jedną z metod, która pozwala na wprowadzenie ograniczenia na wartości zmiennych stanu jest sterowanie predykcyjne. Ta metoda sterowania pozwala na wprowadzenie ograniczeń już na etapie projektowania regulatora [6,15].

Celem niniejszej pracy jest porównanie różnych metod ograniczenia amplitudy wybranych zmiennych stanu napędu z połączeniem sprężystym oraz ich wpływ na właściwości dynamiczne napędu. Rozważone zostaną trzy układy regulacji: pierwszy wykorzystywać będzie klasyczny regulator *PI* z dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi od wybranych zmiennych stanu. Drugim badanym układem będzie predykcyjny regulator prędkości obliczany z wykorzystaniem programowania wieloparametrycznego. Natomiast trzecim badanym rozwiązaniem będzie kaskadowa struktura regulacji bazująca na metodzie dynamicznego wymuszenia momentu (*Force Dynamic Control*).

## 2. Model napędu

Do opisu napędu z połączeniem sprężystym (model dwumasowy) wykorzystywanych jest kilka modeli, jednak do syntezy układu sterowania wykorzystuje się najczęściej model z bezinercyjnym połączeniem sprężystym [17] zapisany w jednostkach względnych:

$$\frac{d}{dt} \omega_1 = \frac{1}{T_1} (m_e - m_s) \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_2 = \frac{1}{T_2} (m_s - m_L) \quad (1b)$$

$$\frac{d}{dt} m_s = \frac{1}{T_c} (\omega_1 - \omega_2) \quad (1c)$$

gdzie:  $\omega_1, \omega_2$  – prędkości silnika napędowego i maszyny roboczej,  $m_e, m_s, m_L$  – moment elektromagnetyczny, skrętny i obciążenia,  $T_1, T_2$  – mechaniczna stała czasowa silnika napędowego i maszyny roboczej,  $T_c$  – stała czasowa sprężystości. Powyższe stałe czasowe można wyznaczyć na podstawie parametrów mechanicznych i jednostek bazowych:

$$T_1 = \frac{\Omega_b J_1}{M_b}; \quad T_2 = \frac{\Omega_b J_2}{M_b}; \quad T_c = \frac{M_b}{\Omega_b K_c} \quad (2)$$

gdzie:  $J_1, J_2$  – momenty bezwładności związane z silnikiem napędowym i maszyną roboczą,  $\Omega_b$  – pulsacja odniesienia,  $M_b$  – moment elektromagnetyczny odniesienia,  $K_c$  – stała sprężystości.

Dla modelu opisanego równaniami (1a-c) można wyznaczyć charakterystyczne parametry częstotliwościowe:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{T_c \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}} \quad (3a)$$

$$f_{ar} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{T_c}{T_2}} \quad (3b)$$

gdzie:  $f_r$  – częstotliwość rezonansowa układu mechanicznego,  $f_{ar}$  – częstotliwość antyrezonansowa układu mechanicznego.

Wartość ograniczenia momentu skrętnego, jaki może być bezpiecznie przeniesiony przez elastyczne sprzęgło wynika z właściwości materiału użytego do jego produkcji. Wartość ta jest zazwyczaj większa od wartości jaka wynika z ograniczenia:

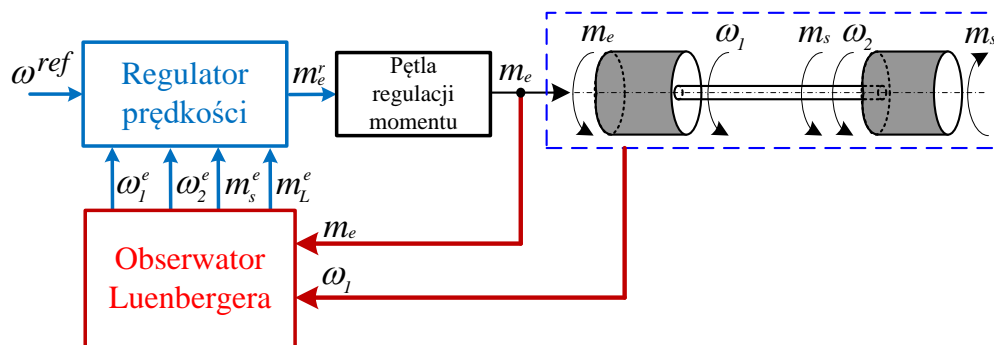
$$m_s^{\text{lim}} \leq \frac{T_2}{T_1 + T_2} m_e^{\text{lim}} \quad (4)$$

Z równania (4) wynika, że aby w układzie występował zapas momentu elektromagnetycznego który pozwala na tłumienie momentu skrętnego stosunek tych momentów musi być co najmniej równy stosunkowi sumy mechanicznych stałych czasowych  $T_1$  i  $T_2$  obydwu maszyn do stałej czasowej  $T_2$ .

Wartości parametrów analizowanego układu wynosiły ( $T_1=203\text{ms}$ ,  $T_2=203\text{ms}$ ,  $T_c=1.2\text{ms}$ ).

### 3. Rozpatrywane struktury sterowania

Strukturę układu napędowego przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Ogólna struktura sterowania.

W skład układu wchodzi rozpatrywany regulator, który na podstawie estymowanych wartości zmiennych stanu wystawia zadaną wartość momentu elektromagnetycznego. Wartość tego momentu jest następnie kształtowana przez podrzędny układ regulacji. Opóźnienie tej pętli można aproksymować za pomocą członu inercyjnego pierwszego rzędu ze stałą czasową 1ms. W niniejszej pracy jako obserwator zmiennych stanu wykorzystano obserwator Luenbergera. Metodologię jego projektowania można znaleźć w pracy [19].

#### 3.1 Regulator PI z dwoma dodatkowymi sprzężeniami

Jedną z już klasycznych struktur sterowania jest regulator *PI* z dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi (od momentu skrętnego i różnicy prędkości silnika napędowego i maszyny roboczej) [17]. Proponowaną strukturę regulatora przedstawiono na Rys. 2. Zapewnia ona dowolne rozłożenie biegunów na płaszczyźnie zespolonej, co pozwala na szerokie kształtowanie dynamiki układu zamkniętego.

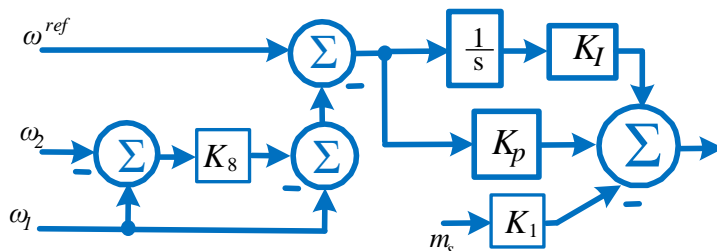
Aby wyznaczyć nastawy regulatora i współczynniki sprzężeń należy przyrównać transmitancję przewodnią układu do transmitancji odniesienia [17]. Transmitancja przewodnia układu zamkniętego ma postać:

$$G = \frac{G_R}{s^3 T_1 T_2 T_c + s^2 T_2 (G_R T_c (1 + k_8)) + s(T_1 + T_2 (1 + k_1)) + G_R} \quad (5)$$

gdzie:

$$G_R = \frac{K_I}{s} + K_P \quad (6)$$

Po podstawieniu (6) do (5) otrzymujemy wielomian charakterystyczny rozpatrywanego modelu stopnia czwartego.



Rys. 2. Struktura regulatora PI z dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi.

Zgodnie z teorią sterowania modalnego w celu wyznaczenia nastaw regulatora oraz sprzężeń zwrotnych otrzymany wielomian charakterystyczny należy przyrównać do wielomianu odniesienia tego samego rzędu:

$$(s^2 + 2s\xi_o\omega_{0o} + \omega_{0o}^2)(s^2 + 2s\xi_o\omega_{0o} + \omega_{0o}^2) \quad (7)$$

gdzie:  $\xi_o$  – współczynnik tłumienia,  $\omega_{0o}$  – pulsacja rezonansowa.

Porównując między sobą współczynniki przy poszczególnych stopniach otrzymuje się wyrażenia opisujące wzmocnienia obwodu regulacji:

$$k_8 = \frac{1}{\omega_{0o}^2 T_2 T_C} - 1; k_1 = \frac{T_1(4\xi_o^2 - k_8)}{T_2(1 + k_8)} \quad (8)$$

$$K_I = \omega_{0o}^4 T_1 T_2 T_C; K_P = 4\xi_o \omega_{0o}^3 T_1 T_2 T_C$$

Powyższe zależności umożliwiają dobór współczynników wzmocnień w analizowanym obwodzie regulacji.

### 3.2 Kaskadowa struktura regulacji oparta o prawo FDC

Aby możliwe było wprowadzenie ograniczeń zmiennych stanu do klasycznej struktury sterowania opartej o liniową teorię regulacji należy zastosować strukturę kaskadową. W takiej strukturze wydziela się wewnętrzną pętlę regulacji, która odpowiada za kontrolę interesującej zmiennej stanu, a ograniczenie wprowadza się na wartość zadaną pętli nadrzędnej. W rozpatrywanym w niniejszej pracy przypadku zmienną podlegającą ograniczeniu jest moment skrętny. Do syntezy regulatorów wykorzystano prawo sterowania *FDC*.

Do wyznaczenia sterowania wykorzystuje się bezpośrednio równania modelu napędu (1). Zmienną sterowaną należy poddać tyłu krotnemu różniczkowaniu aby uzyskać w równaniu wielkość sterującą:

$$m_s \rightarrow \frac{d}{dt} m_s = \frac{1}{T_c} (\omega_1 - \omega_2) \rightarrow \frac{d^2}{dt^2} m_s = \frac{1}{T_c} \left( \frac{1}{T_1} (m_e - m_s) - \frac{1}{T_2} (m_s - m_L) \right) \quad (9)$$

W kolejnym kroku należy wyodrębnić sygnał sterujący z ostatniego równania:

$$\frac{1}{T_c T_1} m_e = \frac{d^2}{dt^2} m_s + \frac{1}{T_c T_1} m_s + \frac{1}{T_c T_2} m_s - \frac{1}{T_c T_2} m_L \quad (10)$$

Ponieważ w równaniu (10) występuje druga potęga operatora różniczkowania, jako model odniesienia przyjęto układ drugiego rzędu:

$$G_{ref} = \frac{m_s}{m_s^{ref}} = \frac{\omega_r^2}{\frac{d^2}{dt^2} + \omega_{rms}\xi_{ms} \frac{d}{dt} + \omega_{rms}^2} \quad (11)$$

Wyznaczając z równania (11) drugą pochodną zmiennej sterowanej i podstawiając ją do równania (10) po uporządkowaniu otrzymujemy prawo sterowania:

$$m_e = \omega_r T_c T_1 (m_s^{ref} - m_s) + (-2\xi_{ms} \omega_{rms} T_c T_1) \frac{d}{dt} m_s + \left(1 + \frac{T_1}{T_2}\right) m_s + \left(-\frac{T_1}{T_2}\right) m_L \quad (12)$$

Gdzie:  $\omega_{rms}$  – pulsacja rezonansowa modelu,  $\xi_{ms}$  - współczynnik tłumienia. Wykorzystując równania (1) można wyznaczyć pochodną zmiennej sterowanej:

$$\frac{d}{dt} m_s = \frac{1}{T_c} (\omega_1 - \omega_2) \quad (13)$$

Ostatecznie prawo sterowania można zapisać w uproszczonej formie:

$$m_e = K_1 (m_s^{ref} - m_s) + K_2 g_1 (\omega_1 - \omega_2) + K_3 m_s + K_4 m_L \quad (14)$$

Gdzie:  $K_1 = \omega_{rms} T_1 T_c$ ;  $K_2 = -2\xi_{ms} \omega_{rms} T_c T_1$ ;  $K_3 = \frac{T_1 + T_2}{T_2}$ ;  $K_4 = -\frac{T_1}{T_2}$ ;  $g_1 = \frac{1}{T_c}$

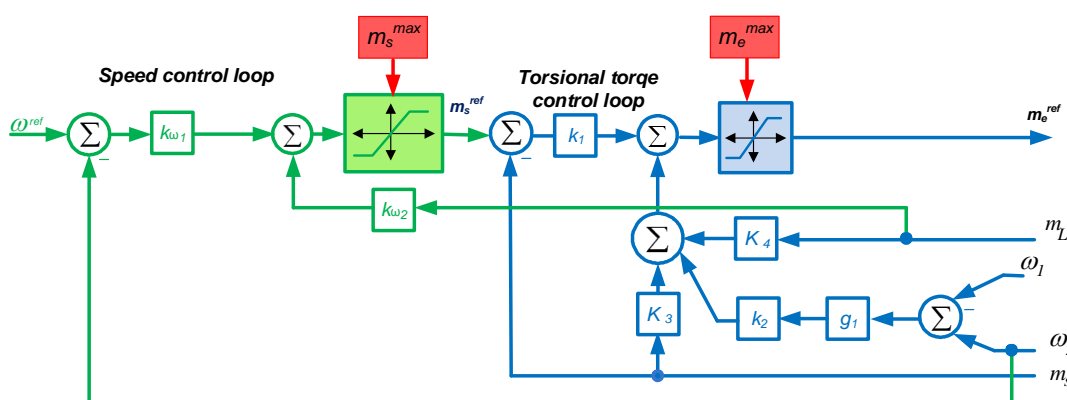
Aby możliwe było sterowanie prędkością maszyny roboczej w pętli sterowania prędkością zastosowano regulator, którego prawo sterowania wyprowadzono w analogiczny sposób jak w poprzednim podpunkcie.

$$\frac{d}{dt} \omega_2 = \frac{1}{T_2} (m_s - m_L) \quad (15)$$

$$G_{ref} = \frac{\omega_2}{\omega^{ref}} = \frac{1}{\frac{d}{dt} T_z + 1} \quad (16)$$

$$m_s^{ref} = \frac{T_2}{T_z} (\omega^{ref} - \omega_2) + m_L \quad (17)$$

Strukturę regulatora przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Struktura regulatora kaskadowego opartego o prawo FDC.

### 3.3 Regulator predykcyjny z modelem w przestrzeni stanu

Strategia sterowania predykcyjnego polega na wyznaczeniu sekwencji sterowań, których ilość zależna jest od horyzontu sterowań, minimalizujących zadaną funkcję celu na horyzoncie predykcji wyjść. Wartości przyszłych zachowań obiektu wyznaczone są na podstawie modelu. W tym celu model układu dwumasowego (1) został rozszerzony o trzy

dodatkowe zmienne: moment obciążenia, prędkość referencyjną oraz o dynamikę pętli wymuszenia momentu. W przypadku dwóch pierwszych wielkości ich dynamika jest nieznaną.

$$\frac{d}{dt}m_L = 0 \quad \frac{d}{dt}\omega^{ref} = 0 \quad (18)$$

Ostatecznie wektor stanu napędu składa się z sześciu elementów:

$$X_c = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad m_s \quad m_L \quad \omega^{ref}]^T \quad (19)$$

Model opisany równaniami (1) z uwzględnieniem (18) i zdefiniowanego wektora stanu (19) przedstawia równanie (20). Powyższy model poddano następnie procesowi dyskretyzacji z czasem próbkowania  $T_s$  z wykorzystaniem metody Eulera.

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ m_s \\ m_L \\ \omega^{ref} \end{bmatrix}}_{X_c} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_2} & \frac{-1}{T_2} & 0 \\ \frac{1}{T_c} & \frac{-1}{T_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_c} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ m_s \\ m_L \\ \omega^{ref} \end{bmatrix}}_{X_c} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_c} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ m_s \\ m_L \\ \omega^{ref} \end{bmatrix}}_{X_c} \quad (20)$$

gdzie:  $\omega_1$  – prędkość silnika napędowego,  $\omega_2$  – prędkość maszyny roboczej,  $\omega^{ref}$  – prędkość zadana,  $m_s$  – moment skrętny,  $m_L$  – moment obciążenia.

W celu zabezpieczenia napędu przed uszkodzeniem wprowadzono ograniczenie na moment elektromagnetyczny oraz skrętny:

$$\begin{aligned} -3 &\leq m_e \leq 3 \\ -1.5 &\leq m_s \leq 1.5 \end{aligned} \quad (21)$$

W przypadku napędów dwumasowych wyjściami podlegającymi minimalizacji są:

$$\begin{aligned} y_1 &= \omega_1 - \omega^{ref} \\ y_2 &= \omega_2 - \omega^{ref} \\ y_3 &= m_s - m_L \end{aligned} \quad (22)$$

Wyjście pierwsze i drugie odpowiadają za minimalizację różnicy pomiędzy prędkością silnika napędowego i obciążenia a prędkością zadaną. Wyjście trzecie odpowiada za minimalizację różnicy pomiędzy momentem skrętnym a obciążeniem. Ostatecznie zadanie wyznaczenia sterowań można opisać zależnościami:

$$\begin{aligned} \min_{u_1, u_2, \dots, u_{N_c-1}} \sum_{k=0}^N (q_1(y_1(k))^2 + q_2(y_2(k))^2 + q_3(y_3(k))^2) + \sum_{j=1}^{N_c-1} r(m_e(j))^2 \\ |m_e| \leq 3 \\ |m_s| \leq 1.5 \end{aligned} \quad (23)$$

gdzie:  $q_1 \dots q_4$  – wagi różnicujące wpływ poszczególnych wyjść na wartość sterowania,  $r$  – waga wpływająca na tłumienie sterowania,  $N$  – horyzont predykcji wyjść,  $N_c$  – horyzont predykcji sterowań,  $m_e$  – moment elektromagnetyczny.

Algorytm sterowania predykcyjnego może być zaimplementowany na dwa sposoby. Sposób tradycyjny polega na rozwiązaniu problemu optymalizacji on-line dla danego stanu układu  $x(k)$  i przyjętej w algorytmie długości horyzontu predykcji. Należy podkreślić że zwiększenie długości okresu przewidywania umożliwia uzyskanie lepszych właściwości

dynamicznych obiektu jednakże w znacznym stopniu wpływa na komplikację algorytmu sterowania (zwiększa wymagany nakład obliczeniowy). W praktyce bardzo często przyjmuje się stałą wartość sygnału sterującego dla całego horyzontu predykcji. W znacznym stopniu redukuje to złożoność obliczeniową całego algorytmu. Po wyznaczeniu optymalnej wartości sygnału sterującego w chwili  $k$  jest ona podawana na sterowany obiekt. Kolejnej chwili obliczeniowej ( $k+1$ ) cała procedura jest powtarzana od nowa uwzględniając aktualne wartości wektora stanu obiektu  $x(k+1)$  (mierzone bądź estymowane). Opisaną strategię sterowania wymaga zastosowania szybkich układów mikroprocesorowych i dlatego jest stosowane w przypadku obiektów o relatywnie dużych stałych czasowych.

W drugim przypadku problem optymalizacji dla danej postaci funkcji celu (23) jest rozwiązany of-line dla wszystkich kombinacji wektora stanu  $x \in X_f$  przy użyciu programowania wieloparametrycznego (multiparametric programming) [1, 11]. Korzystając z niego można wykazać, że przestrzeń  $X_f$  może być podzielona na regiony w których optymalizator jest wyrażony jako funkcja jawna dla danych wartości wektora  $x$ . Prawo sterowania może być traktowane jako kawałkami ciągłe i wyrażone następująco:

$$U(x) = \mathbf{K}_r \mathbf{x} + g_r, \quad \forall \mathbf{x} \in P_r \quad (24)$$

gdzie  $P_r$  są wielościennymi zbiorami zdefiniowanymi jako:

$$P_r = \{x \in \mathbb{R}^n \mid H_r x \leq d_r\}, \quad r = 1, \dots, N_r \quad (25)$$

Algorytmy projektowania wielościennych zbiorów i wyliczania prawa sterowania są opisane szczegółowo w [20, 21]. W najprostszym przypadku prawo sterowania może być wyliczane przez przeszukiwanie po kolei wszystkich regionów aż do znalezienia aktywnego i kolejno zaimplementowania prawa sterowania zgodnie z (23). Należy zaznaczyć, że w literaturze można znaleźć bardziej efektywne algorytmy generacji bieżącej wartości prawa sterowania. Zastąpienie optymalizacji wykonywanej on-line wersją off-line umożliwia praktyczną realizację sterowania predykcyjnego do układów o małych stałych czasowych takich jak napędy elektryczne. Bezpośrednie porównanie rozwiązań przedstawiono w pracy [5].

#### 4. Badania symulacyjne

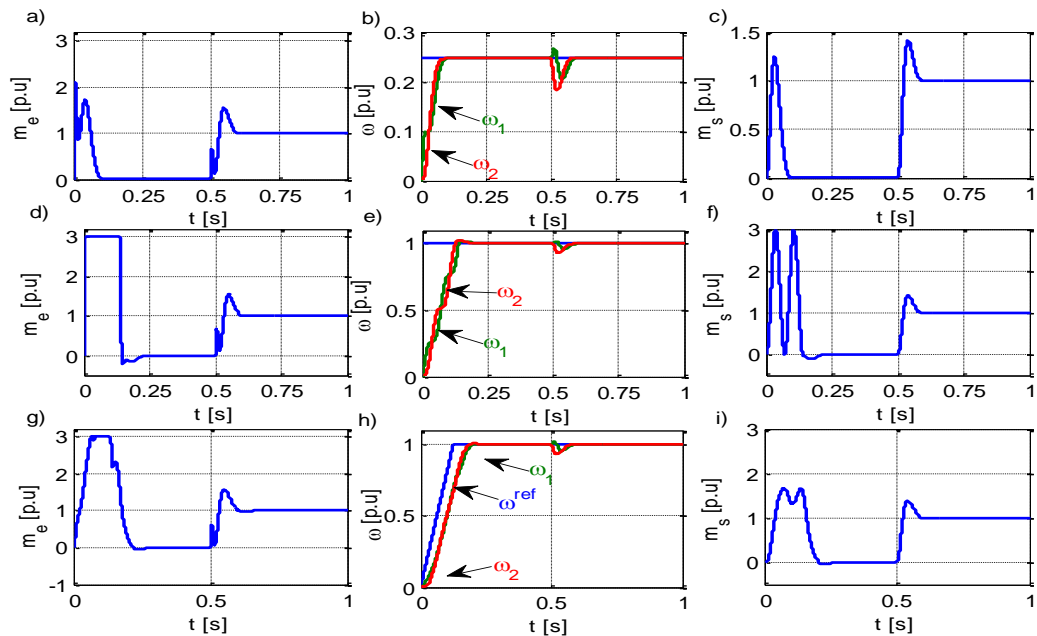
W niniejszym rozdziale przedstawiono wybrane wyniki porównawcze przedstawiające pracę rozpatrywanych struktur sterowania. Badania przeprowadzono w środowisku Matlab/Simulink. Parametry regulatorów zostały tak dobrane aby zapewnić zbliżone właściwości dynamiczne (czas ustalenia i przeregulowanie). Przy tak dobranych kryteriach parametry regulatorów zestawiono w Tabl.

Tab. 1. Parametry badanych struktur regulacji

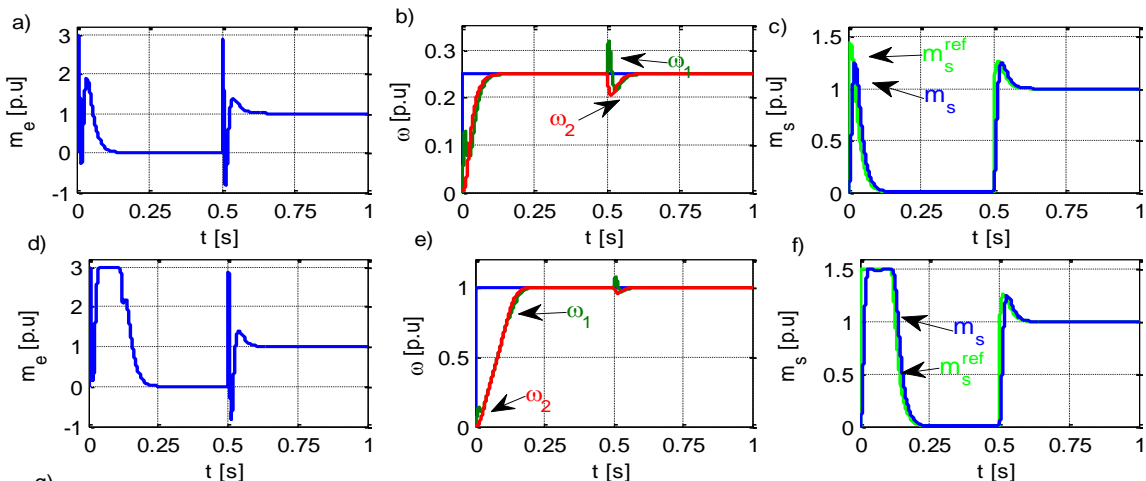
Reg	PI	FDC		MPC
		FDC- $m_s$	FDC- $\omega_2$	
Parametry	$\omega_r=90rad/s;$ $\zeta=0.95$	$\omega_{rms}=180rad/s;$ $\zeta_{ms}=0.7$	$T_z=0.035s$	$q_1=50; q_2=1;$ $q_3=65; r=1e-3;$ $N=10; N_c=2$

Napęd pracował w następującym cyklu: na początek następował rozruch do prędkości zadanej, następnie w czasie  $t=0.5s$  przykładany był znamionowy moment obciążenia. W pierwszej kolejności przebadano działanie regulatora  $PI$  z dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi. Do rozważań przyjęto trzy wartości prędkości zadanej 0.25, wartość znamionową oraz zastosowanie rampy zmian prędkości zadanej. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 4. W przypadku pracy napędu z regulatorem  $PI$  w obszarze małej prędkości zadanej regulator skutecznie tłumi oscylacje mechanicznych zmiennych stanu. Jednak dla znamionowej

prędkość zadanej, gdy regulator wchodzi w ograniczenie momentu elektromagnetycznego następuje pogorszenie właściwości tłumienia oscylacji i gwałtowne przekroczenia wartości ograniczenia momentu skrętnego (rys. 4.f). Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest zastosowanie rampy, po której następuje zmiana prędkości zadanej (rys. 4.h). W takim przypadku po odpowiednim dobraniu jej nachylenia można ograniczyć amplitudę momentu skrętnego. Należy jednak zwrócić uwagę że takie podejście pogarsza dynamikę napędu.



Rys. 4. Przebiegi w układzie z regulatorem PI dla trzech wartości zadanych: 0.25 (a,b,c), znamionowej (d,e,f) i zmianach prędkości po rampie (g,h,i), gdzie a),d),g) moment elektromagnetyczny, b),e),h) przebiegi prędkości, c),f),i) przebiegi momentu skrętnego.



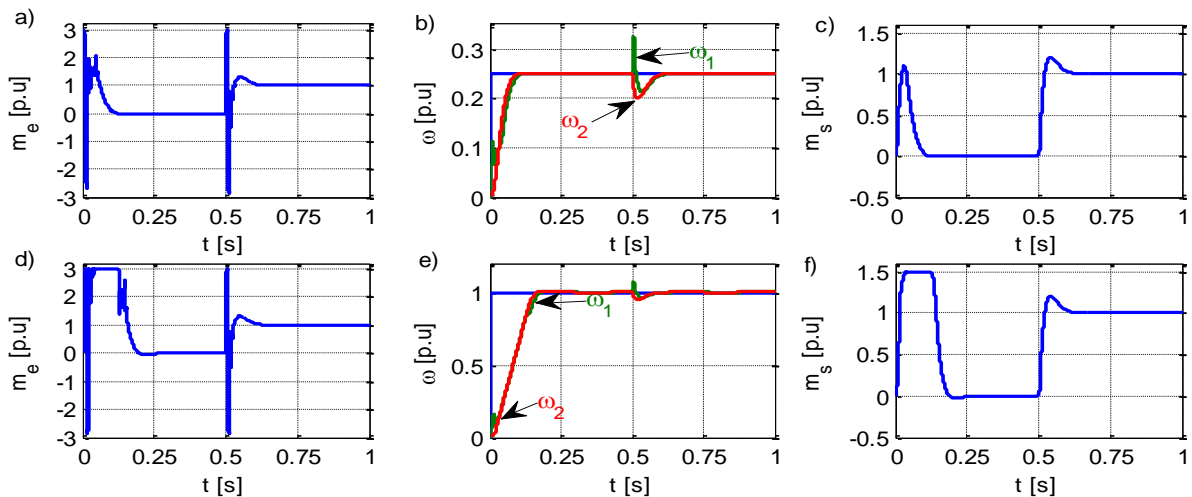
Rys. 5. Przebiegi w układzie z regulatorem FDC dla dwóch wartości zadanych: 0.25 (a,b,c) i znamionowej (d,e,f), gdzie a),d),g) moment elektromagnetyczny, b),e),h) przebiegi prędkości, c),f),i) przebiegi momentu skrętnego.

Kolejno przebadano układ napędowy z zastosowanym kaskadowym regulatorem *FDC*. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 5. Jak widać prędkość zadana osiągnięta jest w obu przypadkach bez naruszenia ograniczenia momentu skrętnego przy równoczesnym



pełnym tłumieniu drgań skrętnych. W przypadku badanej struktury nie ma konieczności wprowadzania dodatkowych ramp w torze prędkości zadanej.

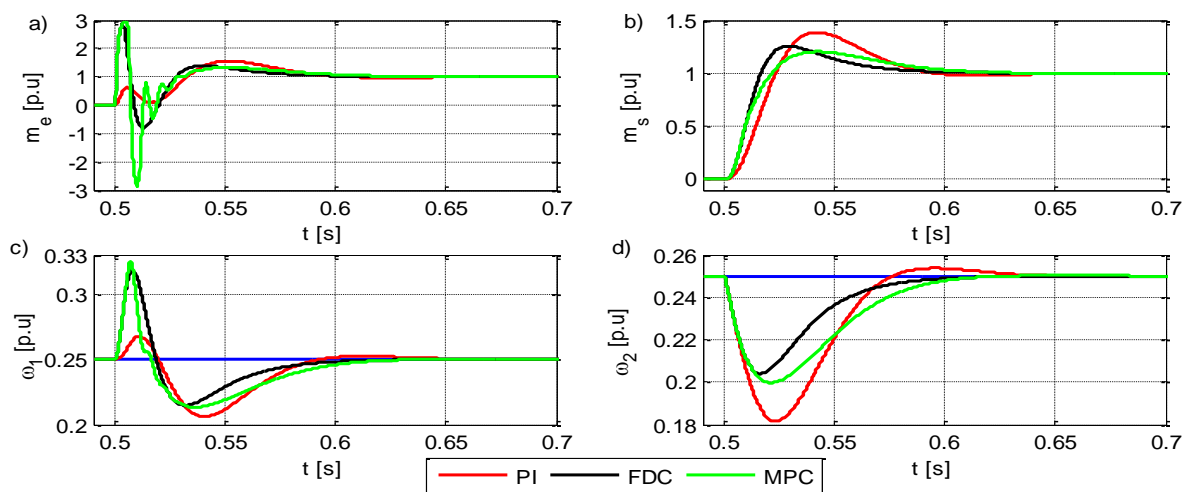
Jako ostatni przebadano regulator predykcyjny. Przebiegi wybranych zmiennych stanu przedstawiono na rys. 6. Jak widać regulator predykcyjny pozwala na szybką odpowiedź prędkości przy jednoczesnym tłumieniu drgań skrętnych i ograniczeniu amplitudy momentu skrętnego.



Rys. 6. Przebiegi w układzie z regulatorem MPC dla dwóch wartości zadanych: 0.25 (a,b,c) i znamionowej (d,e,f), gdzie a),d),g) moment elektromagnetyczny, b),e),h) przebiegi prędkości, c),f),I) przebiegi momentu skrętnego.

Ponieważ na rozpatrywanych wcześniej rysunkach nie widać dobrze wpływu przyłożonego momentu obciążenia, na rys. 7 zestawiono przebiegi zmiennych stanu przy załączonym obciążeniu.

Z prezentowanych przebiegów widać, że regulator *FDC* zapewnia najmniejszy uchyb regulacji prędkości obciążenia (rys. 7d) jest to spowodowane wprowadzeniem estymowanej wartości obciążenia do węzła regulacji momentu. Regulator predykcyjny zapewnia bardzo zbliżone właściwości mimo braku pętli regulacji momentu skrętnego. Z porównywanych struktur regulator *PI* ma najsłabsze właściwości dynamiczne, mimo tego że jest nastrojony do częstotliwości rezonansowej 90 rad/s.



Rys. 7. Porównanie działania opisanych struktur na przyłożenie momentu obciążenia: a) moment elektromagnetyczny, b) moment skrętny, c) prędkość silnika napędowego, d) prędkość obciążenia.

Aby porównać działanie rozpatrywanych struktur poddano je badaniom porównawczym z wykorzystaniem kryterium  $ITAE$ .

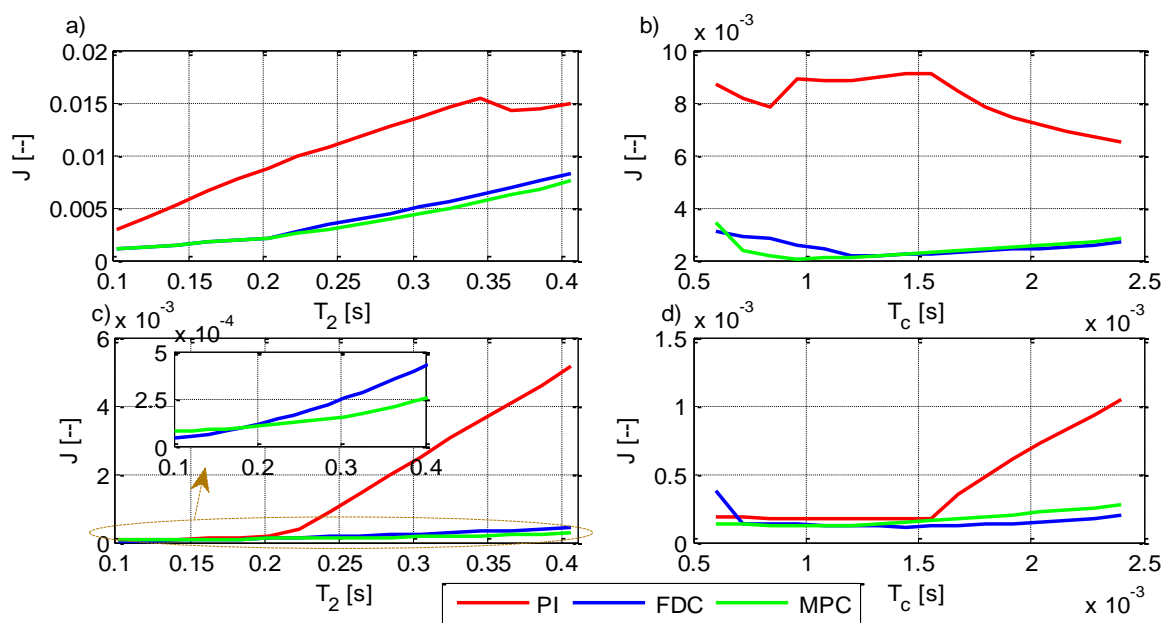
$$J = \underbrace{\int_{t=0}^{t_1} (t \cdot |\omega^{ref} - \omega_2|) dt}_{ITAE(\omega_2)} + \underbrace{\int_{t=t_1}^{t_2} (t \cdot |\omega^{ref} - \omega_2|) dt}_{ITAE(m_i)} \quad (26)$$

Badania wykonano dla prędkości 0.25 wartości znamionowej i znamionowej. Dodatkowo sprawdzono jak na jego wartość wpływa zmiana parametrów mechanicznych napędu ( $T_c$  i  $T_2$ ). Uzyskane wyniki, dla wybranych wartości, przedstawiono w Tab. 2. Aby zwiększyć czytelność wartości wskaźnika w tabeli przedstawiono z mnożnikiem  $10^{-3}$ . Natomiast na rys. 8. przedstawiono charakterystykę zmian wartości wskaźnika  $J$  w funkcji zmian parametrów.

Tab. 2. Wartości kryterium jakości  $ITAE$  badanych układów sterowania (wartości  $\times 10^{-3}$ )

	$\omega^{ref}=0.25$					$\omega^{ref}=1$				
	Nom.	$2T_{cn}$	$0.5T_{cn}$	$2T_{2n}$	$0.5T_{2n}$	Nom.	$2T_{cn}$	$0.5T_{cn}$	$2T_{2n}$	$0.5T_{2n}$
PI	0.17	0.91	0.13	5.13	0.058	8.82	7.53	7.41	14.9	2.90
FDC	0.12	0.19	0.38	0.43	0.042	2.16	2.64	3.09	8.17	1.08
MPC	0.10	0.28	0.08	0.26	0.075	2.10	2.80	3.30	7.55	1.13

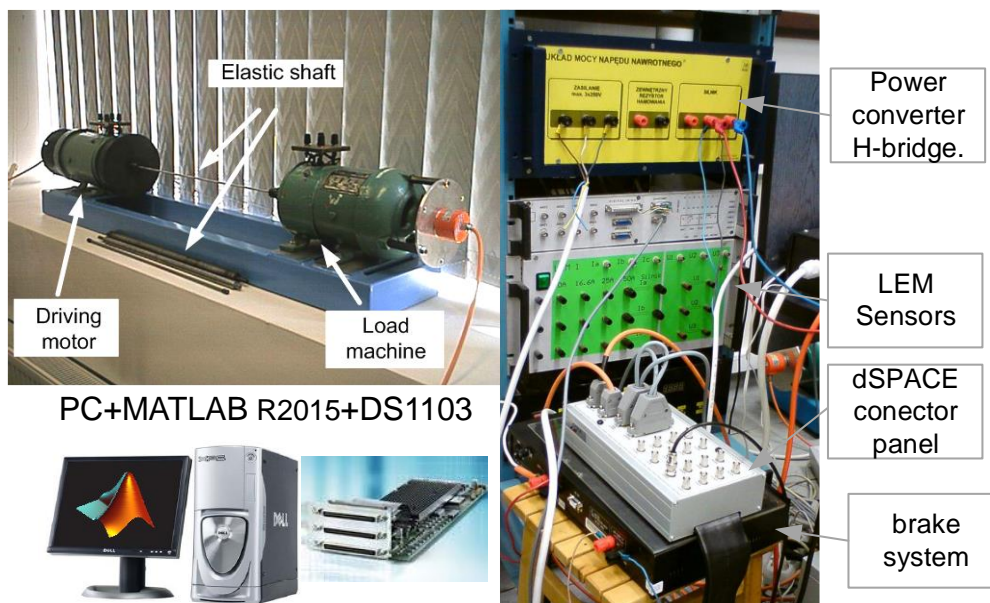
Z prezentowanych wyników widać, że przy zmianach parametrów mechanicznych napędu najlepsze właściwości zachowuje regulator predykcyjny. W przypadku regulatora  $FDC$  wyniki są zbliżone, jednak przy błędnie zidentyfikowanych parametrach w układzie pojawiają się oscylacje zmiennych stanu. Z przebiegów prezentowanych na rys. 8 widać, że właściwości dynamiczne regulatora  $PI$  w całym zakresie zmian parametrów są najslabsze. W przypadku regulatora  $FDC$  można zauważyć, że dla wartości mniejszych od znamionowej wykazuje on lepsze właściwości dynamiczne od regulatora predykcyjnego (rys. 9b,c).



Rys. 8. Wpływ zmian parametrow mechanicznych  $T_2$  (a,c) i  $T_c$  (b,d) na wartość wskaźnika  $ITAE$  przy: a) b), znamionowej prędkości zadanej, c),d) prędkości 0.25.

## 5. Badania eksperymentalne

Badania eksperymentalne przeprowadzone zostały na stanowisku zbudowanym z silników prądu stałego o mocy 500 W połączonych ze sobą długim wałem. Silnik napędowy zasilany jest z przekształtnika pracującego w konfiguracji mostka *H*. Mostek ten sterowany był przez sprzętowy modulator szerokości impulsów o częstotliwości nośnej 10 kHz. Prędkość silnika napędowego mierzona była przez enkoder inkrementalny o rozdzielczości 36000 impulsów na obrót. Prąd mierzony był przetwornikiem hallotronowy firmy *LEM*. Algorytm zaimplementowany został na karcie *DS1103* z procesorem sygnałowy. W celu zapewnienia optymalnej pracy całej struktury regulacji obwód regulacji momentu elektromagnetycznego, pracujący z regulatorem *PI*, obliczany był z częstotliwością 10kHz. Rozpatrywane regulatory wraz z obserwatorem pracowały z krokiem 1ms. Na rys. 9 przedstawiono poglądowo strukturę opisywanego stanowiska.

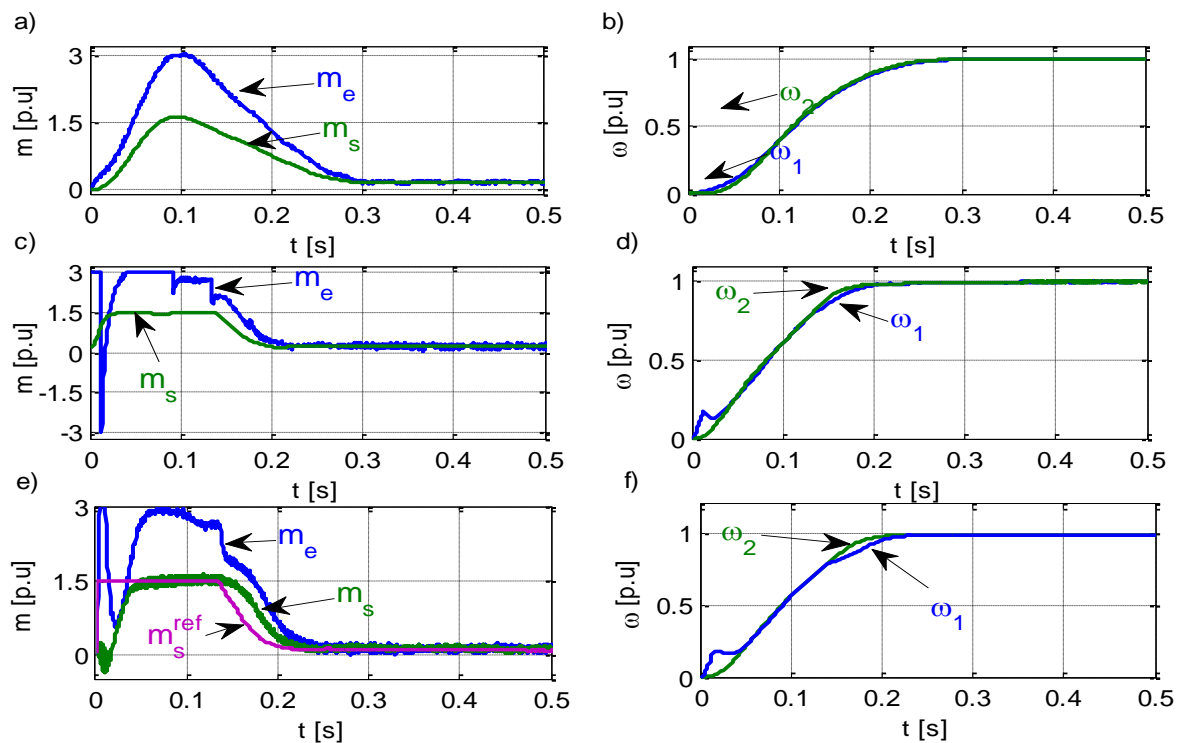


Rys. 9 Wygląd stanowiska badawczego

Badania polegały na cyklicznych rozruchach napędu przy wykorzystaniu rozpatrywanych struktur sterowania. Do rozważań przyjęto regulator *PI* z uwzględnieniem rampy, regulator *MPC* i *FDC*. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 10.

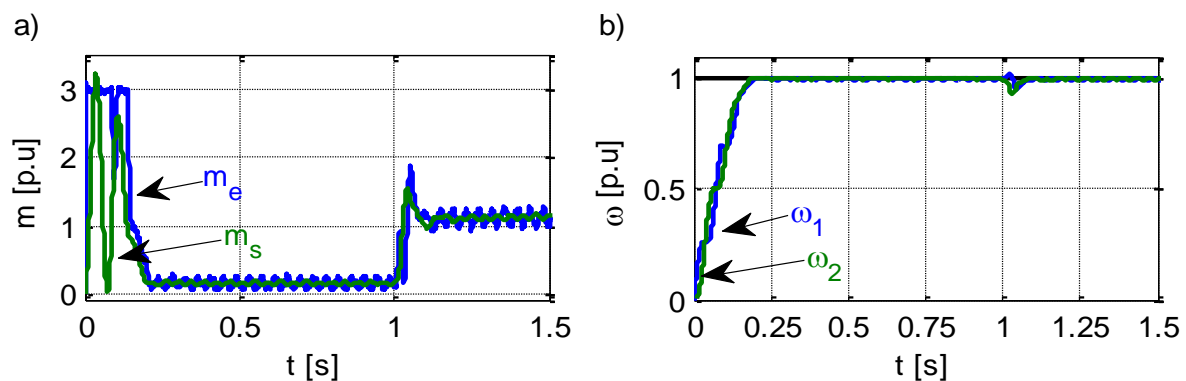
Aby uwypuklić różnice w czasie ustalenia skrócono czas prezentacji wyników do 0.5 s. Jak widać najszybszą odpowiedź zapewnia regulator predykcyjny, który równocześnie skutecznie ogranicza amplitudę momentu skrętnego (rys.10c,d). W przypadku regulatora *PI* widać wyraźnie wydłużenie czasu ustalenia prędkości (rys. 10a,b).

W przypadku struty z regulatorem *FDC* w układzie fizycznym pojawiły się problemy ze skuteczną estymacją momentu skrętnego, co spowodowało że konieczne było ograniczenie częstotliwości rezonansowej na jaką nastrojony był wewnętrzny regulator momentu skrętnego do wartości  $\omega_{rms}=140 \text{ rad/s}$ . Przy takim dostrojeniu układ zapewniał poprawną pracę, jednak w przebiegach momentu skrętnego można zauważyć dość znaczny poziom szumu (rys. 10.e).



Rys. 10. Eksperymentalne przebiegi zmiennych stanu dla regulatora: PI (a,b), MPC (c,d), FDC (e,f), gdzie a),c),e) przebiegi momentów, b),d),f) przebiegi prędkości

Na rys. 11 przedstawiono przebiegi uzyskane w układzie z regulatorem PI w przypadku braku zastosowanej rampy.



Rys. 11. Przebiegi w układzie z regulatorem PI przy braku rampy: a) momenty, b) prędkości

Jak widać w układzie występują duże amplitudy momentu skrętnego oraz oscylacje prędkości.

## 6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono porównanie trzech struktur sterowania napędami z połączeniem sprężystym z uwzględnieniem możliwości ograniczenia amplitudy momentu skrętnego. Przedstawiono skróconą metodologię projektowania rozpatrywanych struktur oraz zaprezentowano wyniki symulacyjne i eksperymentalne. Z prezentowanych rozważań wynika ją następujące wnioski:

- Zastosowane metody pozwalają na skuteczne tłumienie drgań skrętnym.
- Zastosowanie zaawansowanych struktur sterowania pozwala na skuteczne ograniczenie amplitudy momentu skrętnego, a co za tym idzie wydłużeniem żywotności sprzęgieł i wałów.

- W przypadku kaskadowej struktury *FDC* w rzeczywistym układzie występują problemy z szybkością estymacji momentu skrętnego co przekłada się na jakość pracy.

## Literatura

- [1] Bemporad A., Morari M., Dua V., Pistikopoulos E.N., The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, *Automatica* 2002; 38 (1): 3–20.
- [2] Boukhezzar B., Siguerdidjane H., Comparison between linear and nonlinear control strategies for variable speed wind turbines, *Control Engineering. Prac.* 2010; 18(12): 1357–1368.
- [3] Brock S., Luczak D., Nowopolski K., Pajchrowski T., Zawirski K., Two Approaches to Speed Control for Multi-Mass System with Variable Mechanical Parameters, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2016; early accepted.
- [4] Chang Y.C., Yen H.M., Design of a robust position feedback tracking controller for flexible-joint robots, *IET Control Theory and Applic.* 2011; 5(2): 351–363.
- [5] Cychowski M., Szabat K., Efficient real-time model predictive control of the drive system with elastic transmission, *IET Control Theory & Applic.* 2010; 4(1): 37-49.
- [6] Cychowski M., Szabat K., Orłowska-Kowalska T., Constrained Model Predictive Control of the Drive System With Mechanical Elasticity, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2009; 56(6): 1963-1973.
- [7] Derugo, P., Szabat, K., Adaptive neuro-fuzzy PID controller for nonlinear drive system, *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2015; 34(3): 792 - 807.
- [8] Drózd K., Adaptive control of the drive system with elastic coupling using fuzzy Kalman filter with dynamic adaptation of selected coefficients, *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2015; 17(4): 561 – 568.
- [9] Erenturk K., Nonlinear two-mass system control with sliding-mode and optimised proportional-integral derivative controller combined with a grey estimator, *IET Control Theory & Applic.* 2008; 2(7): 635-642.
- [10] Karolewski B., Ligocki P., Modelling of long belt conveyors, *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2014; 16(2): 179-187.
- [11] Kvasnica M., Grieder P., Baotic M., Morari M., Multi-Parametric Toolbox (MPT), *HSCC (Hybrid Systems: Computation and Control), Lecture Notes in Computer Science* 2004; 2993: 448-465.
- [12] Montague R., Bingham C., Atallah K., Servo Control of Magnetic Gears, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 2012; 17(2): 269-278.
- [13] Preitl S., Precup R-E., Stinean A-I., Dragos C-A., Radac M-B., Control structures for variable inertia output coupled drives, 2012 4th IEEE International Symposium on Logistics and Industrial Informatics.
- [14] Schuster H., Hackl C., Westermaier C., Schroder D., Funnel-control for electrical drives with uncertain parameters, *The 7th International Power Engineering Conference, (IPEC), Singapore* 2005; 516-522
- [15] Serkies P., Szabat K., Application of the MPC controller to the Position Control of the Two-Mass Drive System, *IEEE Trans. on Industrial Electr.* 2013; 60(9): 3679 – 3688.
- [16] Serkies P., Szabat K., Dodds S., Cascade speed control structure with limited of torsional torque based on the FDC method in two-mass drive, *IECON 2015 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society: November 9-12, 2015, Yokohama, Japan. [Piscataway, NJ] : IEEE, cop. 2015: 3969-3973.*
- [17] Szabat K., Orłowska-Kowalska T., Vibration Suppression in a Two-Mass Drive System Using PI Speed Controller and Additional Feedbacks—Comparative Study, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2007; 54(2): 1193-1206.

- [18] Szabat K., Orłowska-Kowalska T., Application of the Kalman Filters to the High-Performance Drive System With Elastic Coupling, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2012; 59(11): 426-4235.
- [19] Szabat K., Tran-Van T., Kamiński M., A Modified Fuzzy Luenberger Observer for a Two-Mass Drive System, *IEEE Trans. on Industrial Informatics* 2015; 11(2): 531 – 539.
- [20] Valenzuela M. A., Bentley J. M., Lorenz R. D., Computer-Aided Controller Setting Procedure for Paper Machine Drive Systems, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2009; 45(2): 638-650.
- [21] Vasak M., Baotic M., Petrovic I., Peric N., Hybrid Theory-Based Time-Optimal Control of an Electronic Throttle, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2007; 54(3): 1483– 1494.
- [22] Zhang G., Furusho J., Speed control of two-inertia system by PI/PID control, *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 2000;. 47(3): 603-609.