

Mariusz ZIEJA  
Mariusz WAŻNY  
Sławomir STĘPIEŃ

## WYZNACZENIE ROZKŁADU CZASU PRZEKRACZANIA STANU GRANICZNEGO I JEGO ZASTOSOWANIE DO OKREŚLANIA TRWAŁOŚCI WYBRANYCH URZĄDZEŃ LOTNICZYCH

### *Streszczenie*

*Praca dotyczy modelowania zmian narastających odchyłek parametrów diagnostycznych charakteryzujących stan techniczny jednego z systemów statku powietrznego, tj. systemu celowniczego. Jednym z głównych zadań systemu celowniczego jest wyznaczenie kątów celowania i wyprzedzenia niezbędnych do zwalczania celów przeciwnika. Oddziaływanie w czasie eksploatacji statku powietrznego czynników destrukcyjnych m.in. procesów starzeniowych, powoduje, że kąty te ulegają zmianie i ich rzeczywiste wartości różnią się od wartości kątów obliczeniowych. Wystąpienie takiej sytuacji powoduje wprowadzenie dość istotnego błędu do procesu celowania i obniża wartość wskaźników charakteryzujących jakość jego przebiegu. Z tego też względu system celowniczy wymaga określonej kontroli i w oparciu o uzyskane wyniki, potencjalnej regulacji mającej na celu usunięcie ujemnych skutków procesów starzeniowych celownika. Podstawowym elementem pracy umożliwiającym dalsze analizy było wyznaczenie funkcji gęstości odchyłki z wykorzystaniem równań różnicowych oraz równania Fokkera-Plancka. Do nowatorskich elementów pracy należy zaliczyć:*

- wyznaczenie rozkładu czasu przekroczenia stanu dopuszczalnego (granicznego) z wykorzystaniem funkcji gęstości odchyłki,*
- zastosowanie rozkładu czasu osiągnięcia stanu granicznego do modyfikacji systemów eksploatacji urządzeń lotniczych.*

*Praca podsumowana jest przykładem obliczeniowym przedstawiającym aplikacyjny charakter poruszanej tematyki, odwzorowanej na przykładzie oceny trwałości układów określających kąt celowania i wyprzedzenia ( $\epsilon$  i  $\beta$ ). Przedstawiona metoda oceny trwałości w niniejszym artykule może być zastosowana do innych urządzeń. Ma ona ogólny charakter i stanowi wkład do metod utrzymania systemów technicznych.*

**Słowa kluczowe:** niezawodność, trwałość, stan dopuszczalny, kąt wyprzedzenia, kąt celowania, celownik lotniczy.

## 1. Wstęp

Problematyka utrzymania systemów technicznych wymaga podejścia wieloaspektowego ze względu na różne obszary ich funkcjonowania oraz czynniki mające istotny wpływ na kształtowanie procesów utrzymania systemów technicznych [1,21,32,35,36,42]. W dostępnej literaturze z zakresu projektowania strategii utrzymania obiektów technicznych można wyróżnić wiele klasyfikacji danych modeli [2,4,5,19,26,29]. Wśród nich niezwykle ważną rolę spełniają modele, w których odnowa systemu jest oparta na kontroli określonych parametrów diagnostycznych, tzw. modele obsługiwanie według stanu (ang. Condition-based maintenance) [7,8,12,17,22]. Ponadto, w literaturze pojawiło się wiele opracowań, w których przyjęto założenie, że uszkodzenie systemu nie jest zdarzeniem nagłym. W latach 70. XX wieku została opracowana koncepcja zwana analizą opóźnień czasowych DTA (ang. Delay-time Analysis). Do chwili obecnej zostało wydanych wiele publikacji zajmujących się modelowaniem i wdrażaniem koncepcji DTA [20,25,40]. Analiza literatury z obszaru utrzymania pokazuje, że rośnie nie tylko znaczenie samego utrzymania urządzeń w sprawności eksploatacyjnej, ale rosną koszty utrzymania tej sprawności [9,15,16,18,23,34]. Jednocześnie warto podkreślić, że w dostępnej literaturze można znaleźć szereg prac, które pokazują problem wpływu środowiska zewnętrznego, procesów starzenia i zużywania na funkcjonowanie systemu technicznego [14,31,33,37].

Ze względu z na zaawansowanie techniczne i duży stopień integracji urządzeń wykorzystywanych na pokładzie wojskowych statków powietrznych opracowanie optymalnych modeli eksploatacji jest zadaniem skomplikowanym. Niezwykle użyteczne w tym obszarze są metody oceny niezawodności i trwałości urządzeń lotniczych bazujące na zmianie parametrów diagnostycznych [24,38,39,41]. Głównym zadaniem wojskowego statku powietrznego jest realizacja określonej misji w trakcie której niejednokrotnie dochodzi do użycia lotniczych środków bojowych. Skuteczność ich zastosowania uwarunkowana jest wieloma czynnikami do których można zaliczyć m.in.:

- 1) stan techniczny pokładowego systemu uzbrojenia lotniczego;
- 2) warunki realizacji zadania bojowego;
- 3) rodzaj atakowanego celu;
- 4) umiejętności pilota, itp.

Z uwagi na szeroki zakres tematyczny poruszanego zagadnienia w niniejszym opracowaniu skupiono się na analizie stanu technicznego wybranego podsystemu pokładowego systemu uzbrojenia lotniczego, tj. systemu celowniczego, w trakcie trwania jego procesu eksploatacyjnego.

Stan techniczny systemu celowniczego określany jest jako zdalny do użycia, w sytuacji gdy jego parametry kontrolne mieszczą się w przedziale przyjętej tolerancji. W sytuacji odwrotnej system powinien zostać poddany pracom obsługowym mającym na celu przywrócenie nominalnych wartości jego parametrów użytkowych. Zatem, istota procesu eksploatacji systemu celowniczego, z uwagi na jego jak najlepsze wykorzystanie, sprowadza się do niedopuszczenia do przekroczenia przez parametry diagnostyczne ustalonego poziomu błędów. Oddziaływanie procesów destrukcyjnych jest nieuniknione. Skutkiem ich występowania jest utrata nominalnych wartości parametrów diagnostycznych. Zatem istotne

jest określenie momentu w którym wartości parametrów diagnostycznych osiągną poziom dopuszczalny (graniczny). Zaistnienie takiej sytuacji wymusza ingerencję w strukturę systemu celem niwelacji negatywnych skutków oddziaływania czynników destrukcyjnych.

Podstawowym parametrem użytkowym systemu celowniczego jest znacznik celowniczy wyświetlany na reflektorze głowicy celowniczej. W trakcie realizacji procesu celowania zadaniem pilota (operatora) jest pokrycie znacznika celowniczego z celem. Jego położenie określają dwa kąty: celowania i wyprzedzenia. Zatem m.in. dokładność wyznaczenia wartości obu tych kątów warunkuje wartość uzyskanego efektu końcowego.

Przyjmijmy, że wartość odchyłki kątów od wartości teoretycznej można określić następująco:

$$\Delta x_0 = |X - W_0| = |[X - \bar{X}] + [\bar{X} - \bar{X}_1] + [\bar{X}_1 - W_0]|, \quad (1)$$

gdzie:

- $X$  – teoretyczna wartość kąta wyprzedzenia na koniec celowania;
- $W_0$  – rzeczywistość (obliczona) wartość kąta celowania lub wyprzedzenia otrzymana na koniec celowania;
- $[X - \bar{X}]$  – błąd modelu obliczenia kąta wyprzedzenia lub kąta celowania;
- $[\bar{X} - \bar{X}_1]$  – przeniesiony błąd danych do obliczenia kąta;
- $[\bar{X}_1 - W_0]$  – błąd wytworzony przez algorytm obliczenia funkcji  $\bar{X}_1$ .

W wyniku działania procesów destrukcyjnych następuje zmiana wartości  $W_0$ . Stąd odchyłkę spowodowaną działaniem tych procesów można określić:

$$Z_{(t)} = |W_{(t)} - W_0|, \quad (2)$$

gdzie:

- $W_{(t)}$  – wartość kąta uwarunkowana działaniem procesów destrukcyjnych;
- $Z_{(t)}$  – odchyłki opisane jako proces losowy narastający.

Narastające wartości odchyłki następują w wyniku pogarszania się stanu technicznego układów i zespołów urządzenia na skutek działania procesów destrukcyjnych typu starzeniowego, zużyciowego i zmęczenia układów. Nie zawsze pogarszający się stan techniczny układów urządzenia jest wprost sygnalizowany, co stwarza trudności w jego ocenie. Stąd powstaje pomysł wykorzystania narastających odchyłek parametrów diagnostycznych lub parametrów roboczych urządzenia do szacowania prawdopodobieństwa powstania uszkodzenia w przedziale  $(0, t)$  przy pomocy funkcji niezawodności określonej na podstawie rozkładu czasu przekroczenia stanu dopuszczalnego (granicznego).

Zabudowa celownika na statku powietrznym wymaga odpowiedniego ustawienia (justacji względem jego osi) tak aby linia optyczna celownika wskazywała stan zerowy. Destrukcyjne działanie procesów starzeniowych powoduje odchylenie linii optycznej celownika od stanu zerowego. Stąd zależność (2) można napisać w postaci:

$$z = |Z - Z_0|, \quad (3)$$

gdzie:

- $z$  – odchyłka od położenia zerowego linii wizowania traktowana jako parametr diagnostyczny;
- $Z$  – wartość położenia linii wizowania z uwzględnieniem działania procesów destrukcyjnych;
- $Z_0$  – wartość wymagana położenia zerowego linii wizowania.

## 2. Wyznaczanie funkcji gęstości położenia zerowego linii wizowania

W proponowanym modelu oceny trwałości położenia zerowego kierunków celowania i wyprzedzenia przyjmuje się następujące założenia:

- 1) Stan techniczny urządzenia określa się jednym parametrem diagnostycznym „ $z$ ” w postaci odchyłki od wartości początkowej (zerowej)

$$z = |Z - Z_{nom}|, \quad (4)$$

gdzie:  $Z_{nom}$  – wartość nominalna (zerowe położenie) parametru diagnostycznego.

- 2) Zmiana wartości odchyłki parametru diagnostycznego następuje w całym okresie eksploatacji statku (pracy i postoju).
- 3) Parametr „ $z$ ” jest niemalejący.
- 4) Prędkość zmian parametru diagnostycznego można opisać następującą zależnością

$$\frac{dz}{dt} = c, \quad (5)$$

gdzie:

- $c$  - zmienna losowa charakteryzująca zmiany zależne od cech elementów i warunków pracy;
- $t$  - czas kalendarzowy.

Dynamikę zmian wartości odchyłki „ $z$ ” w ujęciu losowym scharakteryzujemy następującym równaniem różnicowym:

$$U_{z,t+\Delta t} = (1-P)U_{z,t} + PU_{z-\Delta z,t}, \quad (6)$$

gdzie:  $U_{z,t}$  – prawdopodobieństwo tego, że w chwili  $t$  wartość parametru diagnostycznego przyjmuje wartość  $z$ ;

- $P$  – prawdopodobieństwo tego, że w przedziale czasu o długości  $\Delta t$  wartość odchyłki wzrośnie o wartość  $\Delta z$ ;
- $\bar{z}$  - przyrost odchyłki.

Dla prawdopodobieństwa równego  $P=1$ , równania (6) w zapisie funkcyjnym przyjmuje postać

$$u(z, t + \Delta t) = u(z - \Delta z, t), \quad (7)$$

gdzie:  $u(z, t)$  – funkcja gęstości wartości odchyłek parametru diagnostycznego zależna od czasu.

Równanie (7) ma następujący sens. Prawdopodobieństwo tego, że w chwili  $t$  wartość odchyłki była równa  $z - \Delta z$  i w przedziale czasu o długości  $\Delta t$  wzrosło o wartość  $\Delta z$ . Równanie (7) przekształcamy w równanie różniczkowe cząstkowe. W tym celu przyjmujemy następujące przybliżenia [10,13,28,30]:

$$\begin{aligned} u(z, t + \Delta t) &= u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \Delta t, \\ u(z - \Delta z, t) &= u(z, t) - \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \Delta z + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} (\Delta z)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Wykorzystując (8) równanie (7) przyjmie następującą postać:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = -b \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} a \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2}, \quad (9)$$

gdzie:

$b = E[c]$  – średni przyrost wartości odchyłki parametru diagnostycznego na jedną jednostkę czasu;

$a = E[c^2]$  – średni kwadrat przyrostu wartości odchyłki parametru diagnostycznego na jedną jednostkę czasu.

Szukamy rozwiązania szczególnego równania (9) takiego, które przy  $t \rightarrow 0$  jest zbieżne do tzw. funkcji Diraca, tj.  $u(z, t) \rightarrow 0$  dla  $z \neq 0$  i  $u(0, t) \rightarrow +\infty$ , ale w ten sposób, że całka funkcji  $u$  jest równa „1” dla wszystkich  $t > 0$ .

Rozwiązanie równania (9) dla wyżej określonego warunku przyjmuje postać [10,13,28,30]:

$$u(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A(t)}} e^{-\frac{(z-B(t))^2}{2A(t)}}, \quad (10)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} B(t) &= \int_0^t b dt = bt = \bar{c}t, \\ A(t) &= \int_0^t a dt = at = \bar{c}^2 t. \end{aligned} \quad (11)$$

Funkcja gęstości narastania wartości odchyłki parametru diagnostycznego można wprost wykorzystać do oceny niezawodności układu urządzenia.

### 3. Wyznaczanie rozkładu czasu przekraczania stanu dopuszczalnego (granicznego)

Prawdopodobieństwo przekroczenia wartości dopuszczalnej (granicznej) przez parametr diagnostyczny z wykorzystaniem funkcji gęstości zmian odchyłki parametru diagnostycznego (10) można przedstawić w postaci [3]:

$$Q(t; z_g) = \int_{z_g}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz, \quad (12)$$

Funkcję gęstości rozkładu czasu pierwszego przejścia poza wartość dopuszczalną  $z_g$  przyjmuje postać:

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} Q(t; z_g). \quad (13)$$

Uwzględniając zależność (10) otrzymujemy:

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_g}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz. \quad (14)$$

Zatem,

$$f(t) = \int_{z_g}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} \right] \right\} dz. \quad (15)$$

Przyjmując określenie (10) otrzymujemy:

$$f(t) = \int_{z_g}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} u(z, t) \right\} dz. \quad (16)$$

Ponadto pochodna po czasie funkcji (10) przyjmuje następującą postać

$$\frac{\partial}{\partial t} [u(z, t)] = u(z, t) \left( \frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2at^2} \right). \quad (17)$$

Zależność (17) podstawiono do (16)

$$f(t)_{z_g} = \int_{z_g}^{\infty} \left[ u(z, t) \left( \frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2at^2} \right) \right] dz. \quad (18)$$

Szukamy teraz funkcji pierwotnej dla funkcji podcałkowej w zależności (18). Przewidujemy, że funkcja postaci:

$$w(z, t) = u(z, t) \left( -\frac{z + bt}{2t} \right),$$

jest funkcją pierwotną dla funkcji podcałkowej zależności (14).

Dokonujemy sprawdzenia:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[ u(z,t) \left( -\frac{z+bt}{2t} \right) \right] &= -u(z,t) \left( -\frac{z-bt}{at} \right) \left( -\frac{z+bt}{2t} \right) + u(z,t) \left( -\frac{1}{2t} \right) = \\ &= u(z,t) \left[ \frac{(z-bt)(z+bt)}{2at^2} - \frac{1}{2t} \right] = u(z,t) \left[ \frac{z^2 - b^2t^2 - at}{2at^2} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Stąd wniosek, że funkcja pierwotna względem funkcji podcałkowej zależnością (18) ma postać:

$$w(z,t) = u(z,t) \left( -\frac{(z+bt)}{2t} \right). \quad (20)$$

Zatem obliczając całkę (18) otrzymujemy

$$f(t)_{z_g} = u(z,t) \left( -\frac{z+bt}{2t} \right) \Big|_{z_g}^{\infty} = \frac{z_g + bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_g - bt)^2}{2at}}. \quad (21)$$

Zależność (21) określa funkcję gęstości czasu pierwszego przejścia stanu granicznego (dopuszczalnego) przez odchyłkę parametru diagnostycznego.

#### 4. Ocena trwałości wybranych układów konstrukcyjnych celownika

Wzór na niezawodność układu urządzenia statku powietrznego przyjmuje postać [11]:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t)_{z_g} dt, \quad (22)$$

gdzie funkcja gęstości  $f(t)_{z_g}$  określona jest wzorem (21).

Natomiast, zawodność układu urządzenia statku powietrznego można wyznaczyć z zależności.

$$Q(t) = \int_0^t \frac{z_g + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_g - bt)^2}{2at}} dt. \quad (23)$$

Całkę (23) należy sprowadzić do prostszej postaci. Można zauważyć, że funkcja podcałkowa daje się zapisać w postaci:

$$\frac{z_g + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_g - bt)^2}{2at}} = \frac{z_g + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(bt - z_g)^2}{2at}}, \quad (24)$$

i problem sprowadzić do rozwiązania całki nieoznaczonej:

$$\int \frac{(z_g + bt)}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(bt-z_g)^2}{2at}} dt. \quad (25)$$

Po podstawieniu

$$\frac{(bt - z_g)^2}{2at} = u,$$

całka (25) przyjmuje postać:

$$\int \frac{z_g + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-u} \cdot \frac{2at^2}{(bt + z_g)(bt - z_g)} du = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{\sqrt{u}} e^{-u} du. \quad (26)$$

Następnie należy dokonać kolejnego podstawienia:

$$\begin{aligned} \sqrt{u} &= w, \\ du &= 2w dw. \end{aligned}$$

Uwzględniając powyższe zależności całkę (23) możemy zapisać w następującej postaci:

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{w} e^{-w^2} 2w dw = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int e^{-w^2} dw. \quad (27)$$

Po podstawieniu:

$$\begin{aligned} w^2 &= \frac{y^2}{2}, \\ dw &= \frac{y}{\sqrt{2}}, \end{aligned}$$

otrzymano całkę postaci:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (28)$$

gdzie:

$$y = \frac{bt - z_g}{\sqrt{at}}.$$

Wprowadzając otrzymane wyniki do wzoru (22) i pamiętając o odpowiednim zapisie granic całkowania otrzymujemy wzór na niezawodność:

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{bt-z_g}{\sqrt{at}}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (29)$$



Dystrybuanta rozkładu normalnego standaryzowanego przyjmuje postać [27]:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (30)$$

Uwzględniając zależność (29), ostatecznie wzór na niezawodność elementu konstrukcji statku powietrznego można wyrazić zależnością:

$$R^*(t) = 1 - \Phi\left(\frac{b^*t - z_g}{\sqrt{a^*t}}\right), \quad (31)$$

gdzie  $b^*$  i  $a^*$  – są współczynnikami po oszacowaniu na podstawie danych otrzymanych z procesu eksploatacji statków powietrznych.

A zatem prawdopodobieństwo uszkodzenia urządzenia można wyznaczyć z poniższej zależności

$$Q^* = 1 - R^*(t) = \Phi(\gamma), \quad (32)$$

gdzie:

$$-\gamma = \frac{b^*t - z_g}{\sqrt{a^*t}}. \quad (33)$$

Równanie (33) mnożymy przez „-1”. W ten sposób przechodzimy z półosi ujemnej na półoś dodatnią i zamiast zawodnością operujemy niezawodnością.

$$\gamma^* = \frac{z_g - b^*t}{\sqrt{a^*t}}. \quad (34)$$

Ustalając poziom zawodności określamy z tablic rozkładu normalnego wartość  $\gamma^*$ . Następnie mając  $\gamma^*$  określamy z zależności (34) trwałość układu zerowego:

$$T = \frac{(2b^*z_g + (\gamma^*)^2 a^*) - \sqrt{(2b^*z_g + (\gamma^*)^2 a^*)^2 - 4b^{*2}z_g^2}}{2b^{*2}}. \quad (35)$$

Aby można było skorzystać z wzoru (35) należy wyznaczyć (oszacować) wartości występujących tam stałych. W tym celu przyjmujemy, że z obserwacji badanego urządzenia w procesie eksploatacji posiadamy dane o narastaniu wartości odchyłki parametru diagnostycznego w postaci:

$$[(z_0, t_0), (z_1, t_1), (z_2, t_2), \dots, (z_n, t_n)]. \quad (36)$$

Najlepszą metodą do wyznaczania wartości „ $b$ ” i „ $a$ ” dla posiadanych danych jest metoda wykorzystująca funkcję wiarygodności. Jej postać w ogólnym przypadku możemy przedstawić jako zależność [6,27]:

$$L = \prod_{k=0}^{n-1} g(t_k, z_k, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m), \quad (37)$$

gdzie:

- $g(t_k, z_k, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$  – funkcja gęstości prawdopodobieństwa całkowitego zmiennej  $z$ ;  
 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$  – parametry funkcji gęstości;  
 $z_k$  – pomierzone wartości zużycia parametru  $z$  odpowiednio w chwilach czasu  $(t_1, t_2, \dots, t_k)$ .

Znalezienie oszacowań  $\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_m^*$  nieznanymi parametrami  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$  metodą największej wiarygodności sprowadza się do rozwiązania równań postaci:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} = 0, \quad (38)$$

gdzie:

$$j = 1, 2, \dots, m;$$

$m$  - liczba parametrów charakteryzujących dany obiekt techniczny.

W tym przypadku oszacowanie  $b^*$  i  $a^*$  nieznanymi parametrami  $b$  i  $a$  metodą największej wiarygodności sprowadza się do rozwiązania układu równań [6,27]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0 \end{cases}. \quad (39)$$

Rozwiązując układ (39) znajdujemy  $b^*$  i  $a^*$

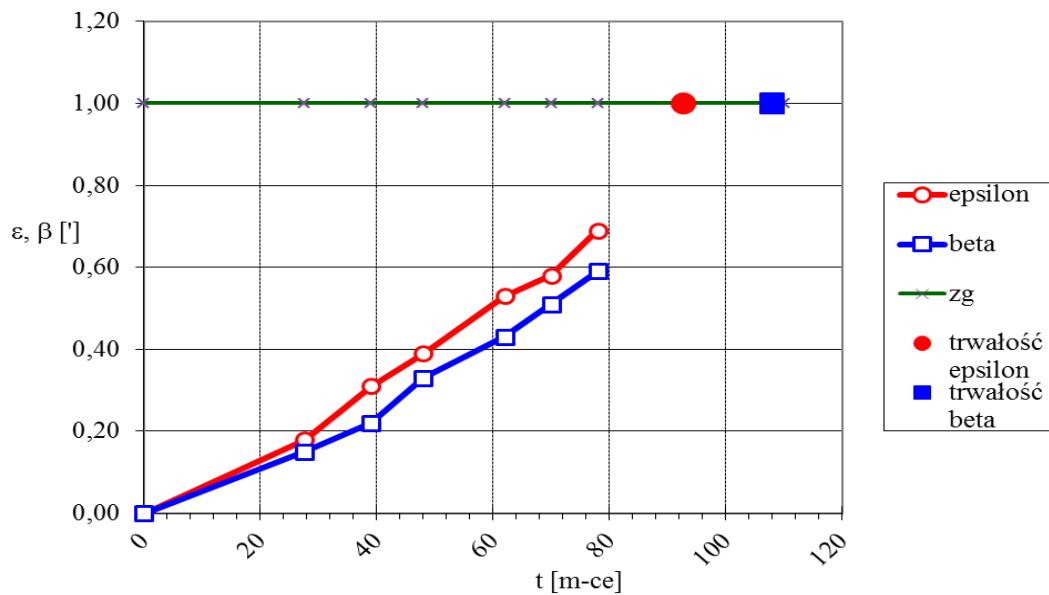
$$b^* = \frac{z_n}{t_n}, \quad (40)$$

$$a^* = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{[(z_{k+1} - z_k) - b^*(t_{k+1} - t_k)]^2}{(t_{k+1} - t_k)}. \quad (41)$$

## 5. Przykład liczbowy oraz uwagi końcowe

Jednym z głównych elementów systemu celowniczego, na którym wyświetlany jest znacznik celowniczy, jest głowica celownicza. Na etapie produkcji elementy systemu są ze sobą „strojone” w celu nadania im wartości nominalnych zapewniających realizację zadania bojowego z jak najmniejszym błędem. W trakcie eksploatacji kontrolę wzajemnego zgrania elementów systemu przeprowadza się poprzez analizę wartości dwóch parametrów  $\varepsilon$  i  $\beta$

charakteryzujących współrzędne położenia znacznika celowniczego dla ustalonych warunków pracy systemu. Na podstawie danych eksploatacyjnych dotyczących ww. współrzędnych potwierdzono, że wraz z upływem czasu eksploatacji wartości tych parametrów ulegają zmianie (rys. 1).



Rys. 1. Graficzne zobrazowanie zmian wartości parametrów diagnostycznych głowicy celowniczej w funkcji czasu eksploatacji

Przystępując do weryfikacji liczbowej przedstawionej metody, w oparciu o dane przedstawione na rys. 1, wyznaczono wartości współczynników funkcji gęstości „a” i „b” dla obu parametrów diagnostycznych, które odpowiednio wyniosły:

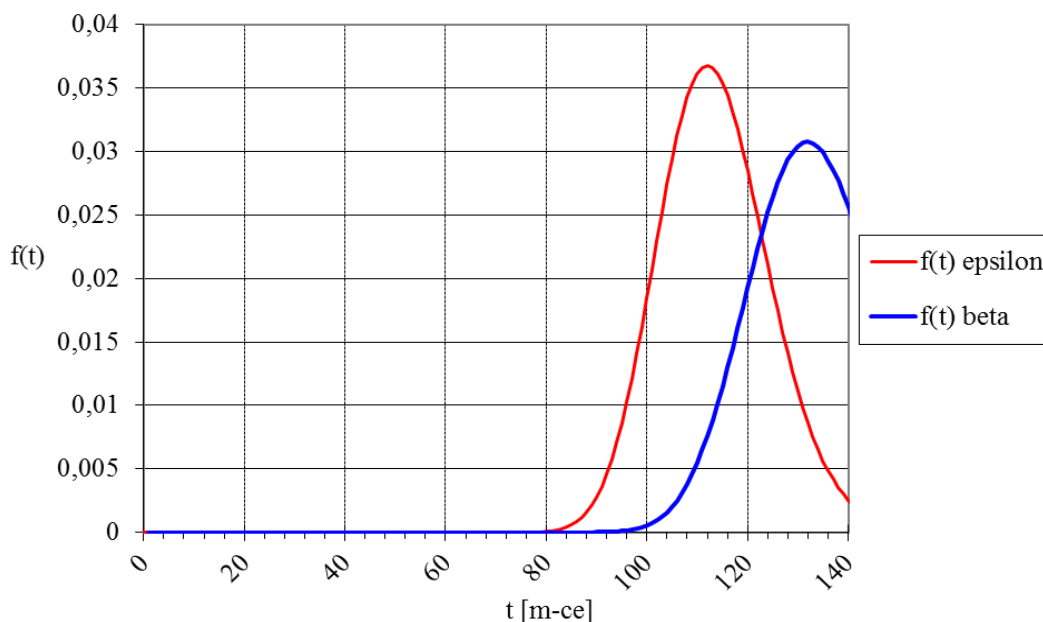
$$a_{\epsilon}^* = 0,009, \quad b_{\epsilon}^* = 0,0076, \quad a_{\beta}^* = 0,0001, \quad b_{\beta}^* = 0,0001. \quad (42)$$

Przyjmując poziom niezawodności  $R^*(t) = 0,98$  odczytano z tablic rozkładu normalnego wartość parametru  $\gamma^* = 2,32$ . Z kolei parametr  $z_g$  określono posiłkując się dokumentacją techniczną wykorzystywaną do realizacji prac obsługowych, w której zamieszczono informację o wartości dopuszczalnych odchyłek ww. parametrów diagnostycznych.

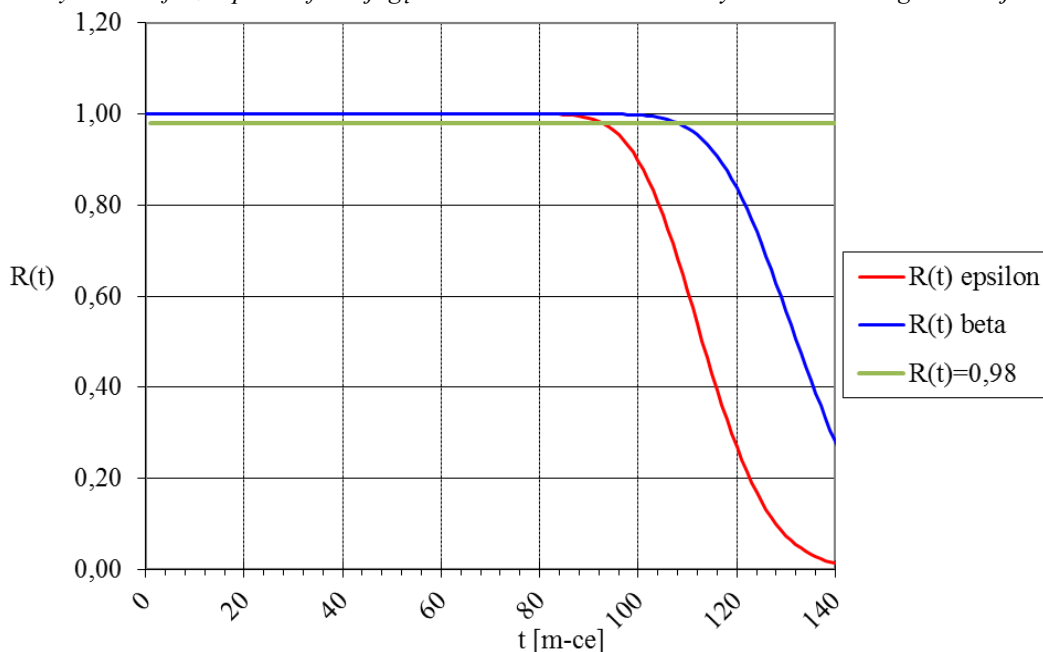
Wykorzystując wyprowadzone zależności i wyznaczone wartości obliczono czas po upływie którego wartości odchyłki przywołanych parametrów diagnostycznych przekroczą stan graniczny. Dla analizowanego przypadku czas ten wynosi odpowiednio:

$$t_{\epsilon}^* = 93 \text{ [miesiące]}, \quad t_{\beta}^* = 108 \text{ [miesiące]}. \quad (43)$$

Ponadto, dysponując powyższymi danymi wyznaczono graficzną postać funkcji gęstości czasu narastania odchyłki do wartości granicznej (rys. 2) oraz funkcję niezawodności  $R(t)$  dla analizowanych parametrów (rys. 3).



Rys. 2. Graficzne postać funkcji gęstości czasu narastania odchyłki do wartości granicznej



Rys. 3. Graficzne postać funkcji niezawodności głowicy celowniczej z uwagi na analizowane parametry diagnostyczne

Przedstawiona metoda oceny skutków działania procesów destrukcyjnych na możliwość utraty stanu gotowości do użycia lotniczych systemów celowniczych wydaje się być poprawna i słuszna. Przedstawiony przykład obliczeniowy pozwolił na przeprowadzenie weryfikacji opracowanego modelu oraz uwypuklił aplikacyjne walory opracowanej metody. Otrzymane w ten sposób wyniki pozwalają na:

- 1) ocenę trwałości resztkowej systemu celowniczego przy zachowaniu wymaganego poziomu niezawodności;
- 2) oszacowanie niezawodności systemu na podstawie grupy parametrów zarejestrowanych w trakcie trwania procesu eksploatacyjnego;

- 3) oszacowanie niezawodności systemu na podstawie wybranego parametru diagnostycznego;
- 4) przeprowadzenie weryfikacji procesu eksploatacyjnego systemu celowniczego (dokonanie korekty) celem utrzymania należytego poziomu niezawodności pomiędzy poszczególnymi sprawdzeniami.

Przedstawiona w niniejszej pracy metoda może być przydatna w dalszych pracach nad usprawnieniem zarówno procesu eksploatacyjnego jak i sposobu wykorzystania statków powietrznych z użyciem systemów celowniczych.

Ponadto z uwagi na swój uniwersalny charakter przedstawiona metoda, może z powodzeniem być zastosowana do określania trwałości resztkowej dowolnego obiektu technicznego, którego stan techniczny określany jest na podstawie analizy wartości parametrów diagnostycznych.

## **LITERATURA**

1. Augustynowicz J, Dudek D, Dudek K, Figiel A. Prognozowanie okresu bezpiecznej eksploatacji maszyn górniczych. Rozważania o degradacji obiektu. *Górnictwo i Geoinżynieria* 2007; 31(2): 55-66.
2. Birolini A. *Quality and Reliability of Technical Systems. Theory – Practice – Management.* Springer Verlag 1984.
3. Bobrowski D. *Modele i metody matematyczne teorii niezawodności.* WNT Warszawa 1985.
4. Casciati F, Roberts B. *Mathematical Models for Structural Reliability Analysis.* Boca Raton/New York/London/Tokyo: CRC Press, 1996.
5. Cho I D, Parlar M. A survey of maintenance models for multi-unit systems. *European Journal of Operational Research* 1991; 51.
6. DeLurgio SA. *Forecasting principles and applications.* University of Missouri-Kansas City. Irwin/McGraw-Hill, 1998.
7. Dhillon BS. *Design Reliability. Fundamentals and Applications.* Ottawa: Boca Raton/New York/London/Washington: CRC Press 1999.
8. Dhillon BS. *Mechanical Reliability: Theory, Models and Applications.* AIAA Education Series, 1988.
9. Dinesh Kumar U, Knezevic J, Crocker J, El-Haram, M. *Reliability, Maintenance and Logistic Support - A Life Cycle Approach.* Kluwer Academic Publishers, 2000.
10. Franck TD. *Nonlinear Fokker-Planck Equations. Fundamentals and Applications.* Berlin Heildenberg: Springer-Verlag, 2005.
11. Gercbach IB, Kordoński CB. *Modele niezawodnościowe obiektów technicznych.* Warszawa: WNT, 1968.
12. Girtler J. Zastosowanie diagnostyki do decyzyjnego sterowania procesem eksploatacji urządzeń. *Diagnostyka* 2006; 2(38):151-158.
13. Grasman J, Herwaarden OA. *Asymptotic Methods for the Fokker-Planck Equation and the Exit Problem in Applications.* Berlin Heildenberg: Springer-Verlag, 1999

14. Idziaszek Z, Grzesik N. Object characteristics deterioration effect on task reliability – outline method of estimation and prognosis. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2014; 16 (3): 433–440.
15. Kececioglu DB. *Maintainability, Availability & Operational Readiness Engineering Handbook*. Lancaster: DEStech Publications, 2003
16. Kececioglu DB. *Reliability Engineering Handbook*. Lancaster: DEStech Publications, 2002.
17. Kinnison H, Siddiqui T. *Aviation Maintenance Management*. The McGraw-Hill Companies, Inc. 2013.
18. Knezevic J. *Systems Maintainability*. Chapman & Hall, 1997.
19. Kołowrocki K, Soszyńska Budny J. *Reliability and Safety of Complex Technical Systems and Processes*. Springer 2011.
20. Kovalenko IN, Kuznetsov NY, Pegg PA. *Mathematical Theory of Reliability Of Time Dependent Systems with practical Applications*. John Wiley & Sons, 1997.
21. Legutko S. Trendy rozwoju utrzymania ruchu urządzeń i maszyn. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2009; 2: 8–16.
22. Moubray J. *Reliability-centered Maintenance II*. New York: Industrial Press Inc., 1997
23. Narayan V. *Effective Maintenance Management*, New York: Industrial Press Inc., 2012.
24. Nechval KN, Nechval NA, Berzins G, Purgailis M. Planning inspections in service of fatigue-sensitive aircraft structure components under crack propagation. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2007; 4: 3–8.
25. Nowakowski T. *Niezawodność systemów logistycznych*. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2011.
26. Pham H, Wang H. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research* 1996; 94.
27. Pham H. *Handbook of Engineering Statistics*. London: Springer-Verlag 2006.
28. Risken H. *The Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications*. Springer Verlag, 1984.
29. Scarf PA. On the application of mathematical models in maintenance. *European Journal of Operational Research* 1997; 99.
30. Soize C. *The Fokker-Planck Equation for Stochastic Dynamical Systems and Its Explicit Steady State Solutions*. World Scientific Publishing, 1994.
31. Sugier J, Anders GJ. Modelling and evaluation of deterioration process with maintenance activities. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2013; 15 (4): 305–311.
32. Szpytko J. *Integrated Decision Making supporting the exploitation and control of transport devices*. Kraków: Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne 2004.
33. Tomaszek H, Ważny M. Zarys metody oceny trwałości na zużycie powierzchniowe elementu konstrukcji z wykorzystaniem rozkładu czasu przekroczenia stanu granicznego (dopuszczalnego). *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn* 2008; 155(3).
34. Tomaszek H, Wróblewski H. *Podstawy oceny efektywności eksploatacji systemów uzbrojenia lotniczego*. Warszawa: Dom Wydawniczy „Bellona”, 2001.
35. Tomaszek H, Żurek J, Jaształ M. Prognozowanie uszkodzeń zagrażających bezpieczeństwu lotów statku powietrznego. Radom: Wydawnictwo Naukowe JTE, 2008.
36. Tomczyk W. Uwarunkowania racjonalnego procesu użytkowania maszyn i urządzeń rolniczych. *Inżynieria Rolnicza* 2005; 7: 359-366.

37. Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 2002; 139.
38. Ważny M. The method of determining the time concerning the operation of a chosen navigation and aiming device in the operation system. *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2008; 38(2): 4-11.
39. Ważny M. The metod for assessing residual durability of selected of devices in avionics system. *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2009; 43(3): 55-64.
40. Werbińska-Wojciechowska S. Time resource problem in logistics systems dependability modelling. *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2013; 15(4): 427-433.
41. Zieja M. Metoda oceny trwałości wybranych urządzeń lotniczych wojskowych statków powietrznych. *Problemy utrzymania systemów technicznych*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014: 151-160.
42. Zio E. *Computational Methods For Reliability and Risk Analysis*. Singapore: World Scientific Publishing, 2009.

**dr inż. Mariusz ZIEJA**

Institut Techniczny Wojsk Lotniczych  
ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa skr. poczt. 96

**dr inż. Mariusz WAŻNY**

**dr inż. Sławomir STĘPIEŃ**

Wojskowa Akademia Techniczna  
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa 49

E-mail: mariusz.zieja@itwl.pl,  
mwazny@wat.edu.pl, sstepien@wat.edu.pl