

**Dr inż. Jarosław Pytka**

Department of Mechanical Engineering  
Lublin University of Technology  
Nadbystrzycka str., 20-816 Lublin, Poland  
E-mail: j.pytka@pollub.pl

**Prof. dr hab. inż. Piotr Tarkowski**

Department of Mechanical Engineering  
Lublin University of Technology  
Nadbystrzycka str., 20-816 Lublin, Poland  
E-mail: p.tarkowski@pollub.pl

**Dr inż. Włodzimierz Kupicz**

Military Institute of Armour and Automotive Technology  
Okuniewska 1, 05 – 070 Sulejówek, Poland  
E-mail: wlodekkupicz@wp.pl

## **BADANIE STABILNOŚCI RUCHU SAMOCHODU NA PODŁOŻACH ODKSZTAŁCALNYCH**

**Streszczenie**

W artykule zawarto wyniki badań stabilności ruchu samochodu osobowo-terenowego na podłożu odkształcalnym. Zastosowano analityczną metodę badania stabilności, w której badana jest stabilność matematycznego modelu danego obiektu. W rozpatrywanym przypadku, model matematyczny odtworzono na podstawie analizy sygnałów wejściowych (kąąt obrotu kierownicy) oraz wyjściowych (przyspieszenie boczne i kąąt bocznego znoszenia środka ciężkości, prędkość kąatowa odchylenia od kierunku ruchu, moment na kole kierownicy), z zastosowaniem metody identyfikacji systemów.

**Słowa kluczowe:** Stabilność ruchu, dynamika ruchu samochodu, podłoża odkształcalne, metoda identyfikacji systemów

**1. Wprowadzenie**

Badanie stabilności ruchu pojazdu może przebiegać na kilka sposobów. Jeśli założymy, że podstawą do oceny stabilności są wyniki doświadczalne, to analiza może zmierzać do wyznaczenia trajektorii ruchu pojazdu i na tej podstawie oceniana może być stabilność ruchu. Jednak ocena na podstawie badania trajektorii ruchu a szczególnie badania wzrokowego (kształt trajektorii i jej położenie względem założonych granic stabilności) jest po pierwsze mało precyzyjna, po drugie czasochłonna. Subiektywne wrażenia w wyniku takiej oceny mogą prowadzić do mylnych wniosków. Jednym ze sposobów oceny stabilności ruchu jest badanie stabilności modelu samochodu, poruszającego się w danych warunkach. Metoda analitycznego określania stabilności modelu danego obiektu polega na badaniu pierwiastków równania charakterystycznego. Warunkiem stabilności jest to, aby wszystkie pierwiastki algebraicznego równania charakterystycznego leżały w ujemnej półpłaszczyźnie zespolonej. Jeśli kryterium stabilności osadzimy na analizie danych eksperymentalnych, badanie stabilności modelu ruchu samochodu na podłożach odkształcalnych można przeprowadzić na bazie uzyskanych wyników doświadczalnych. Znana jest metoda

identyfikacji systemów (ang. *System Identification, SI*). Polega ona zasadniczo na odtwarzaniu modeli matematycznych na podstawie danych doświadczalnych. Jej zastosowanie to m.in. wszelkiego rodzaju symulatory oraz badanie skomplikowanych układów dynamicznych (np. symulatory samolotów lub samochodów). Warunkiem powodzenia przy stosowaniu metody SI jest dostęp do danych doświadczalnych, opisujących sygnały wejściowe i wyjściowe danego systemu. Na podstawie tych danych możliwe jest odtwarzanie różnorodnych modeli matematycznych opisujących dany obiekt, zarówno liniowych jak i nieliniowych. W przypadku, gdy odtwarzany model jest liniowy, wspomniana powyżej metoda analizy pierwiastków równania charakterystycznego, zwana tutaj testem zer i biegunów, daje precyzyjną i jednoznaczną odpowiedź na pytanie, czy dany system w konkretnych warunkach jest stabilny, a także, jeśli nie jest, to jaki jest charakter niestabilności.

Celem niniejszej pracy było zastosowanie metody badania stabilności modeli do oceny stabilności ruchu samochodu terenowo-osobowego, poruszającego się po nawierzchni gruntowej, o znacznej odkształcalności.

## **2. Rekonstrukcja modelu matematycznego ruchu samochodu metodą identyfikacji systemów**

W technice mamy zazwyczaj do czynienia ze złożonymi obiektami lub układami obiektów. W celu tworzenia nowych obiektów technicznych, lub lepszego poznania już istniejących, potrzebny jest pewien opis sposobu ich działania. Opis zachowania się obiektu technicznego nazywamy jego modelem, przy czym możemy wyróżnić dwa zasadnicze rodzaje modeli obiektów:

- modele fizyczne, które zawierają prawa fizyczne opisujące w sposób optymalny zachowanie systemu;
- modele matematyczne, ujmujące funkcjonowanie obiektu lub układu w formie równania lub układu równań matematycznych.

Klasyczne modelowanie obiektu lub systemu obiektów technicznych polega na podziale obiektu na podzespoły, których charakterystyki są na tyle dobrze znane, że możliwe jest wyprowadzenie ich matematycznych opisów, które następnie są łączone w cały system opisów matematycznych, tworzący model. Drugą metodą otrzymywania modeli jest analiza sygnałów wejścia i wyjścia, które opisują działanie systemu i następnie odtworzenie modelu na podstawie korelacji tych sygnałów. Metoda ta nosi nazwę identyfikacji systemów [2].

Podstawowe zadania badawcze w eksploatacji systemów to identyfikacja, analiza i synteza rozpatrywanego obiektu. Zadanie identyfikacji polega na dopasowaniu takiej struktury i mechanizmów działania modelu, które umożliwiają otrzymanie wartości wielkości wyjściowych. Identyfikacja systemów i procesów wymaga rozpoznania zachowania badanego systemu oraz opracowania modelu adekwatnego, przy przyjętych założeniach i kryteriach. Z drugiej strony, identyfikacja pozwala na uzyskanie modelu systemu, dla którego nie jest możliwe zastosowanie spójnej teorii, tak jak w przypadku dwóch pozostałych zadań.

### **2.1 Eksperyment identyfikacyjny**

W przypadku badania stabilności ruchu samochodu, która jest szczególnym przypadkiem dynamiki poprzecznej, konieczne jest wyznaczenie reprezentatywnych wielkości fizycznych, opisujących ruch obiektu. Zarówno literatura przedmiotu [1, 4, 5, 7] jak i normy ISO podają zgodnie następujące wielkości:

- przyspieszenie boczne środka masy samochodu;

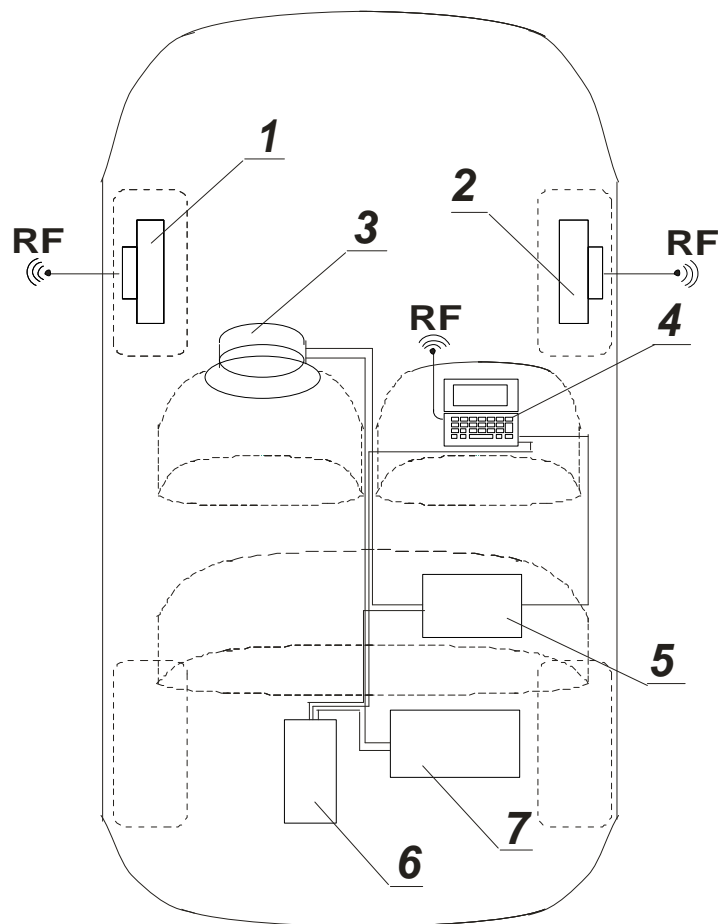
- prędkość kątowna odchylenia od kierunku;
- kąt bocznego znoszenia środka ciężkości samochodu.

W naszym eksperymencie będą to wielkości tzw. wyjścia. Natomiast jako wielkość wejścia przyjmujemy kąt obrotu koła kierownicy.

Jednym z warunków prawidłowego eksperymentu identyfikacyjnego jest jego jednoznaczność, co uzyskuje się przez takie zaprojektowanie stanowiska badawczo-pomiarowego, że sygnały wejścia i wyjścia pozostają w tzw. pętli otwartej. Wymaga to uniezależnienia sygnału wejścia od odpowiedzi układu, co w przypadku samochodu kierowanego przez człowieka jest niemożliwe do osiągnięcia. Dlatego też, zastosowano zrobotyzowany system kierowania pojazdem. Dodatkową zaletą tego rozwiązania jest bardzo wysoka powtarzalność sekwencji ruchów sterujących, równie trudna bądź niemożliwa do osiągnięcia przez człowieka.

Pomiar wielkości będących sygnałami wyjściowymi zrealizowano w sposób następujący:

- przyspieszenie boczne, kąt bocznego znoszenia oraz prędkość kątowną odchylenia od kierunku wyznaczano przy użyciu systemu nawigacji satelitarnej DGPS;
- moment na kole kierownicy mierzony był dynamometrem wchodzącym w skład robota do sterowania samochodem.



**Rys. 1** Schemat wyposażenia badawczego w samochodzie oraz instalacja robota do sterowania. Oznaczenia: 1, 2 – wieloelementowe dynamometry na kołach jezdnych, 3 – robot sterujący na kole kierownicy, 4 – terminal obsługi, 5 – komputer centralny, 6 – system DGPS, 7 – moduł zasilający.

Na rysunku 1 przedstawiono schemat wyposażenia badawczo – pomiarowego w samochodzie oraz fotografię instalacji robota do sterowania pojazdem.

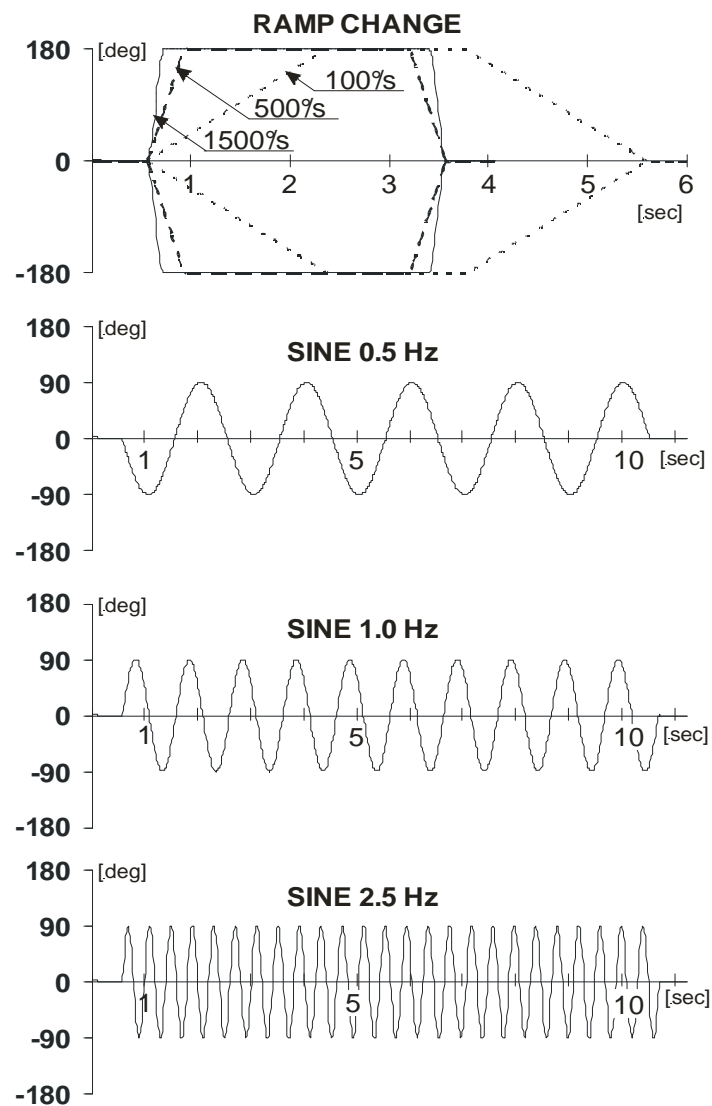
Zastosowano dwa rodzaje wymuszeń (sterowań):

- wymuszenie sinusoidalne, o częstotliwościach 0,5, 1,0 oraz 2,5Hz oraz amplitudzie 180deg;

- wymuszenie tzw. trapezoidalne, charakteryzowane prędkością narastania kąta kierownicy i wynoszącą 100, 500 oraz 1500deg/s.

Wymuszenie sinusoidalne zrealizowano na trzech różnych nawierzchniach: gleba lessowa, piasek oraz mokry, głęboki śnieg. Natomiast badania z wymuszeniem trapezoidalnym wykonano na glebie lessowej i na piasku. Przebiegi kąta skręcenia koła

kierownicy dla poszczególnych wymuszeń pokazano na rysunku 2. Badania prowadzono przy maksymalnej możliwej do uzyskania prędkości jazdy, która ze względu na wysoką odkształcalność podłoża, wynosiła ok. 10 – 15km/h [6].



**Rys. 2** Przebiegi kąta skręcenia koła kierownicy dla wymuszenia trapezoidalnego oraz sinusoidalnego.

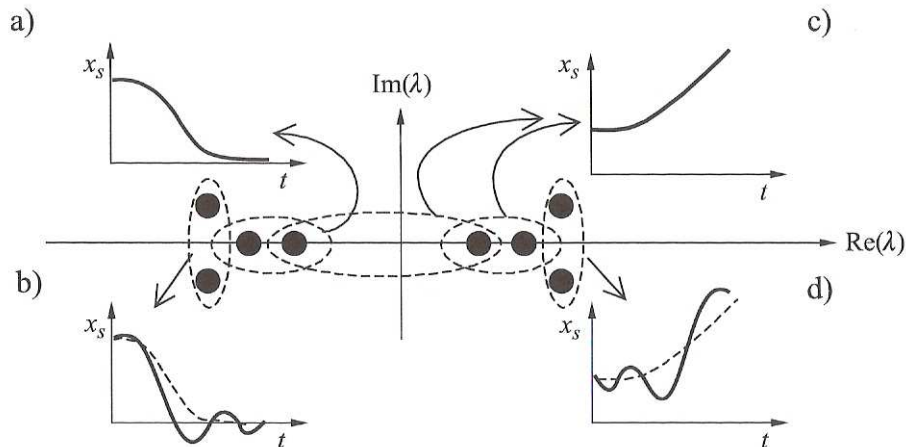
### 3. Metoda badań stabilności ruchu samochodu

Jedną z metod określania stabilności systemów polega na przeprowadzeniu tzw. testu zer i biegunów. System jest stabilny, jeżeli pierwiastki równania charakterystycznego, postaci:

$$x(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) - \omega_n^2x(t) = bu(t) \quad (1)$$

mieszczą się w obszarze tzw. koła jednostkowego. Pierwiastki, których współrzędna rzeczywista wynosi ponad 1, natomiast współrzędna urojona jest zerowa, świadczą o niestabilności aperiodycznej. Jeśli część urojona takiego pierwiastka jest różna od zera, wówczas niestabilność ma charakter oscylacyjny. Możliwe sytuacje przedstawiono na

rysunku 3. Jeśli wśród pierwiastków nie ma liczb zespolonych, to mówimy o stabilności asymptotycznej systemu (a). Jeśli takie pierwiastki są, wówczas mamy do czynienia z drganiami układu (b), które będą zanikać tym szybciej, im pierwiastki na płaszczyźnie zmiennej zespolonej leżą dalej od osi urojonej. Jeśli któryś z pierwiastków leży dokładnie na osi pionowej (urojonej) wówczas system jest na granicy stabilności, a wspomniane drgania układu nie zanikają do zera. W przypadku, gdy występuje pierwiastek dodatni po prawej stronie osi urojonej, układ jest niestabilny (c i d).

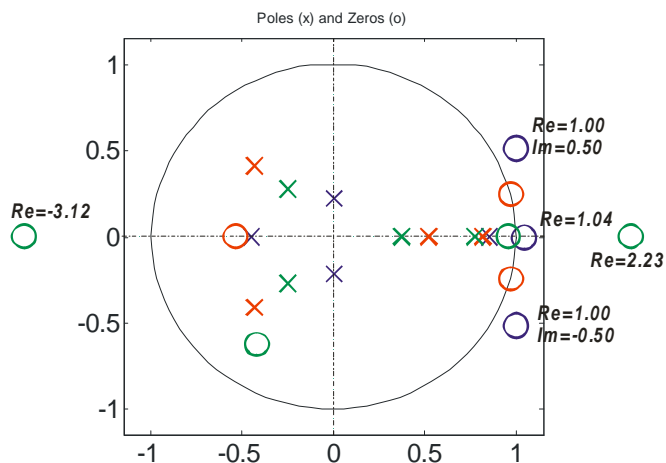


**Rys. 3** Ilustracja możliwych stanów badanego układu na podstawie analizy pierwiastków równania charakterystycznego

Zastosowany program MATLAB *System Identification Toolbox* umożliwia dokonywanie jednoczesnego testu zer (pierwiastków, o których mowa powyżej) oraz biegunów, czyli punktów, w których funkcja modelowa posiada asymptotę (o ile takie istnieją).

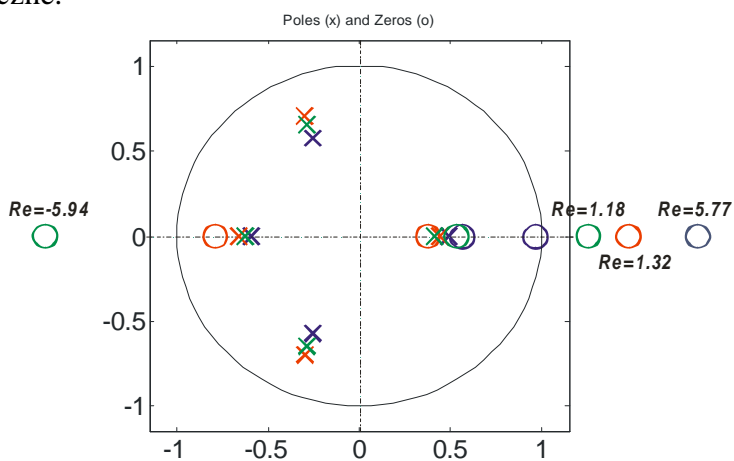
#### 4. Wyniki i ich analiza

Na rysunkach 4 do 18 zamieszczono wyniki testów zer i biegunów otrzymanych na podstawie modeli zrekonstruowanych na bazie wyników doświadczalnych otrzymanych w badaniach własnych. Pierwsza część wyników dotyczy badań samochodu terenowego na wymuszenie sinusoidalne, natomiast druga część zawiera wyniki uzyskane w badaniach z wymuszeniem trapezoidalnym.



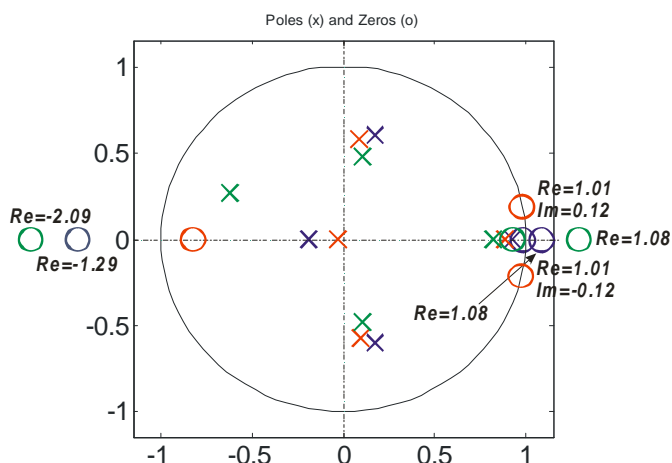
⊗ 0.5 Hz   ⊗ 1.0 Hz   ⊗ 2.5 Hz

**Rys. 4** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu lessowym. Przyspieszenie boczne.



⊗ 0.5 Hz   ⊗ 1.0 Hz   ⊗ 2.5 Hz

**Rys. 5** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinus na podłożu piaszczystym. Przyspieszenie boczne.

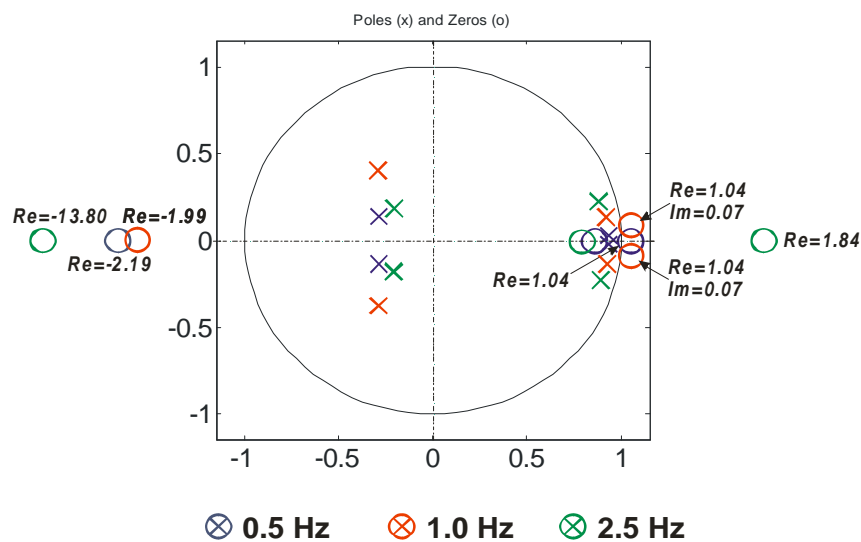


⊗ 0.5 Hz   ⊗ 1.0 Hz   ⊗ 2.5 Hz

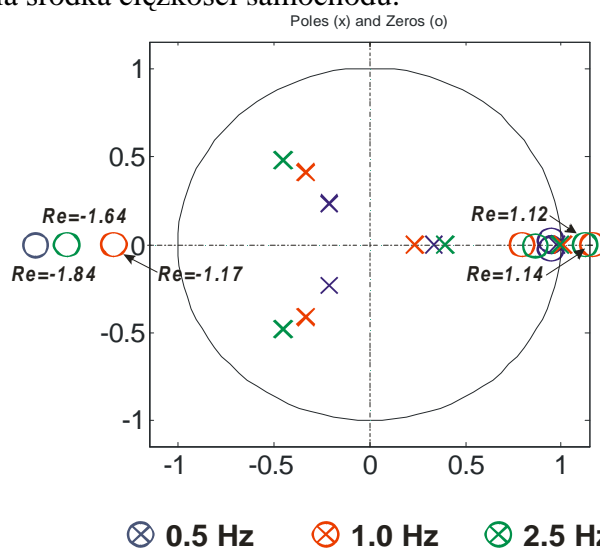
**Rys. 6** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu śnieżnym. Przyspieszenie boczne.

Na podstawie wyników przedstawionych na rysunkach 4 – 6 można stwierdzić, że stabilność ruchu wyznaczana na podstawie przyspieszenia bocznego jest zachowana tylko w przypadku podłoża lessowego i śnieżnego, w obu przypadkach przy częstotliwości wymuszenia równej 1 Hz. W pozostałych przypadkach ruch samochodu charakteryzowany przyspieszeniem bocznym jest niestabilny. Jeśli za miarę niestabilności przyjmiemy wartość współrzędnej rzeczywistej, to największą niestabilność ruchu uzyskano na podłożu piaszczystym. Może to być związane z odkształcalnością objętościową tego podłoża, tworzeniem się głębokich kolein, a w konsekwencji efektu klinowania kół, który powoduje znaczne ruchy poprzeczne nadwozia przy jednoczesnym „blokowaniu” kół jezdnych w koleinach. Można to identyfikować z mechanizmem powodującym przewrótkę boczną samochodu na zasadzie tzw. *tripped roll-over*, opisaną m.in. na stronach internetowych amerykańskiej agencji bezpieczeństwa transportu drogowego [8].

Kolejne trzy rysunki, 7 – 9 przedstawiają wyniki dla drugiej ważnej z punktu widzenia dynamiki poprzecznej wielkości, kąta bocznego znoszenia środka ciężkości samochodu.

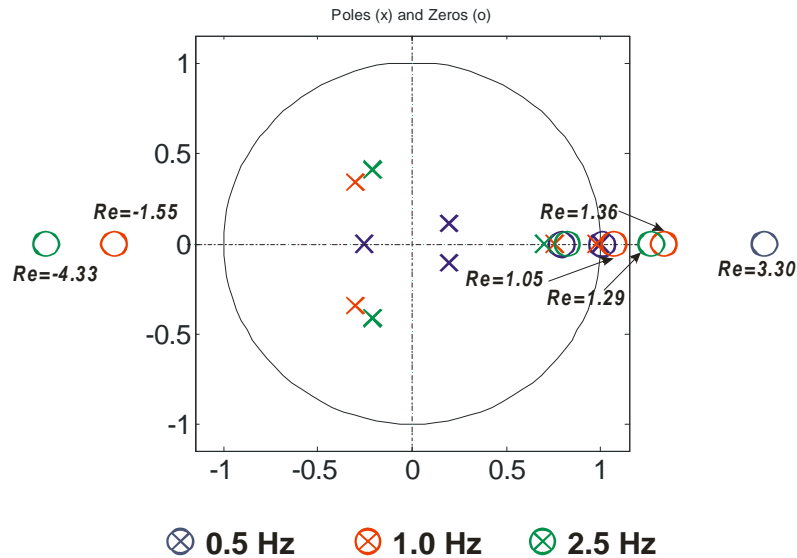


**Rys. 7** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu lessowym. Kąt bocznego znoszenia środka ciężkości samochodu.



**Rys. 8** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu piaszczystym. Kąt bocznego znoszenia środka ciężkości samochodu.

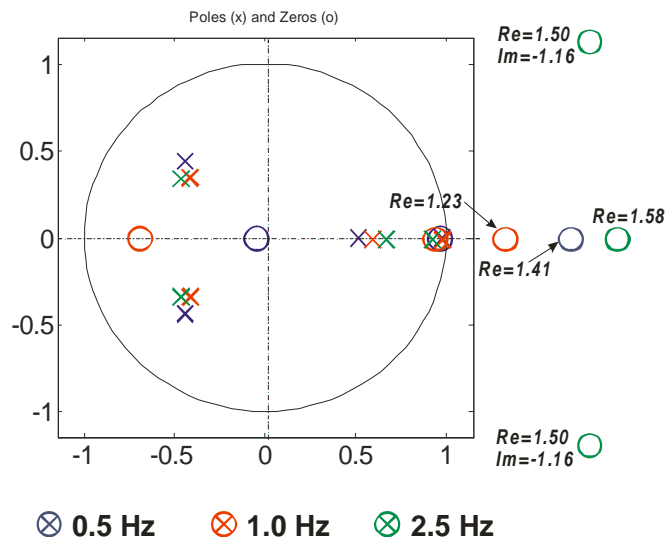




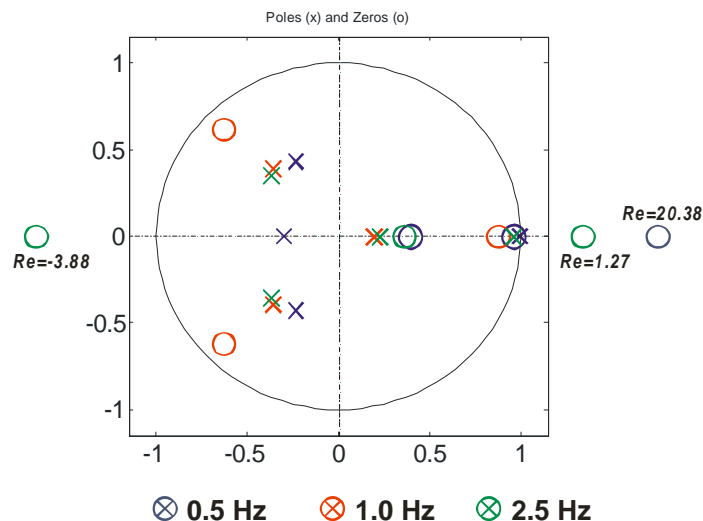
**Rys. 9** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu śnieżnym. Kąt bocznego znoszenia środka ciężkości samochodu.

Tym razem, sytuacja jest przeciwna do opisanej w przypadku badania przyspieszenia bocznego, gdyż stabilność dla kąta bocznego znoszenia występuje jedynie na podłożu piaszczystym. Występują wprawdzie punkty poza kołem jednostkowym, ale są one stosunkowo najbliżej okręgu. Fizycznie można to wytłumaczyć następująco: głębokie koleiny w podłożu piaszczystym „trzymają” koła i nie pozwalają na znaczne odchylenie od kierunku i znoszenie boczne. Inaczej jest na podłożu lessowym, gdzie niewielkie zagłębienie kół oraz niska przyczepność wilgotnego lessu powodują znoszenie boczne, przez co ruch samochodu jest niestabilny. Boczne znoszenie na mokrym śniegu jest również intensywne, mimo nawet tworzących się kolein.

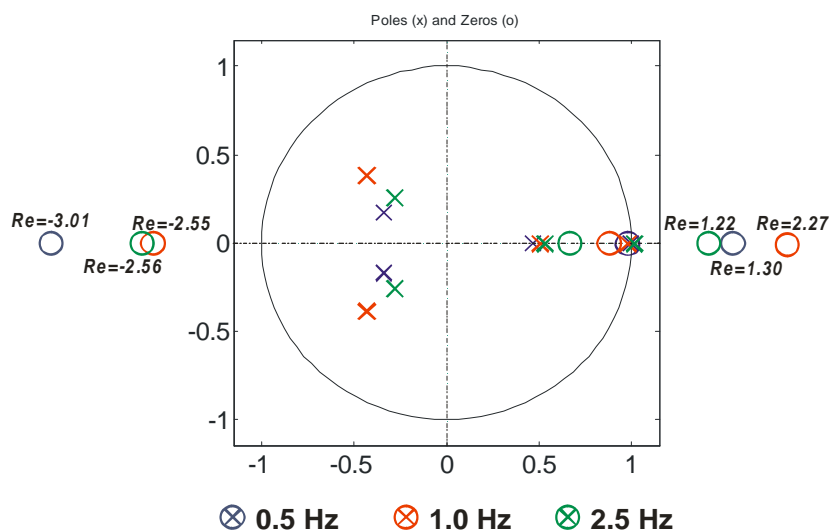
Na rysunkach 10 – 12 pokazano wyniki testu zer i biegunów dla trzeciej wielkości opisującej dynamikę samochodu w kierunku poprzecznym, tj. prędkości kątownej odchylenia od kierunku jazdy.



**Rys. 10** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu lessowym. Prędkość kątowna odchylenia od kierunku jazdy.



**Rys. 11** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu piaszczystym. Prędkość kątowna odchylenia od kierunku jazdy.



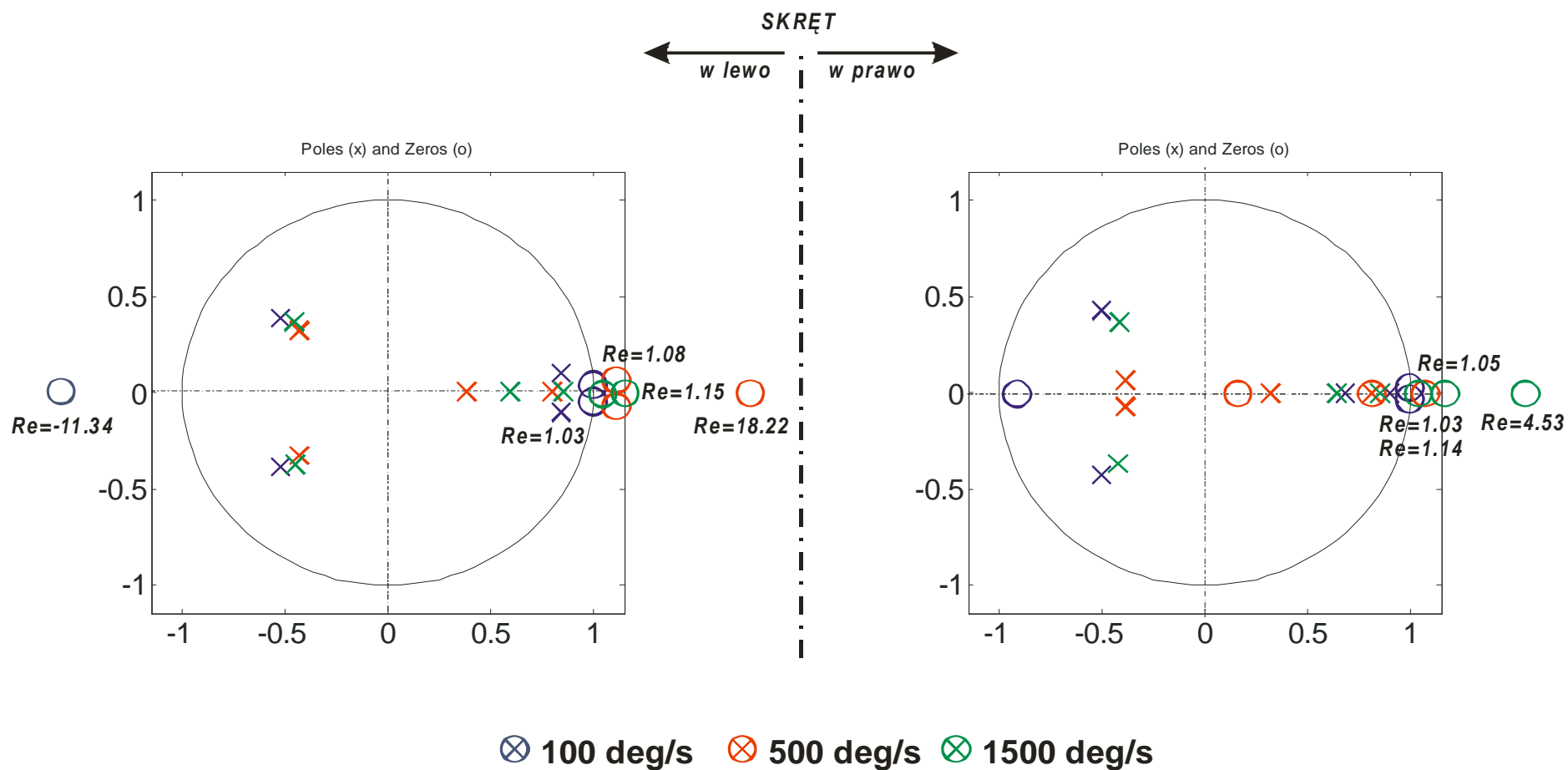
**Rys. 12** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia sinusoidalnego na podłożu śnieżnym. Prędkość kątowna odchylenia od kierunku jazdy.

Analizując przedstawione powyżej rysunki stwierdzono, że ruch samochodu opisany wielkością prędkości kątowej odchylenia od kierunku jazdy na podłożach odkształcalnych jest najmniej stabilny, gdy jako miarę niestabilności przyjąć rosnącą wartość składowej rzeczywistej pierwiastków równania charakterystycznego. Największą wartość składowej rzeczywistej, 20,38 odnotowano w przypadku podłoża piaszczystego. Ponadto, niestabilność występowała na wszystkich trzech podłożach, a na podłożu lessowym miała charakter oscylacyjny. Jedynie w przypadku podłoża piaszczystego, przy częstotliwości sygnału wymuszenia 1,0 Hz ruch samochodu opisany prędkością kątowną odchylenia był stabilny.

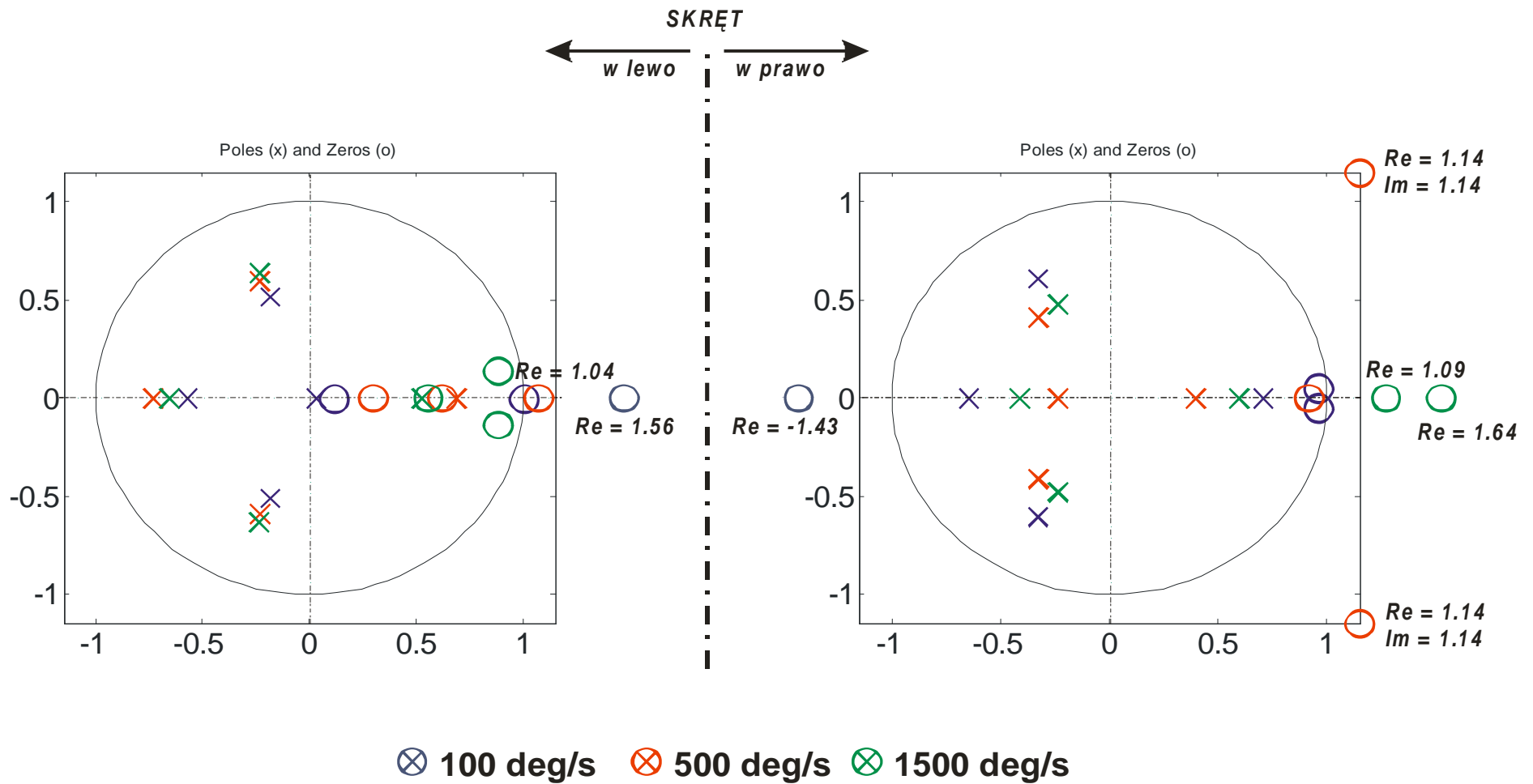
Kolejnym etapem była analiza stabilności dla prób z wymuszeniem trapezoidalnym, stosowanym do badań dynamicznych, w warunkach nieustalonych. Procedura była podobna do powyżej opisanej, jak w przypadku prób z wymuszeniem oscylacyjnym. Zatem wykresy przedstawione na rysunkach 13 – 18 stanowią graficzną reprezentację analizy stabilności badanego samochodu na trzech podłożach odkształcalnych, przy czym dwa pierwsze rysunki dotyczą badania stabilności w oparciu o przebiegi przyspieszenia boczego.

Rysunki zawierają po dwa wykresy, osobny dla skrętu w lewo oraz w prawo. Odnotowano niestabilność badanego układu dla obu podłoży, generalnie dla wyższych prędkości narastania kąta skręcenia kierownicy (500 i 1500 deg/s), w przypadku podłoża piaszczystego niestabilność wystąpiła przy najniższej prędkości (100 deg/s), podczas gdy przy wyższych prędkościach układ pozostawał stabilny. Na podłożu lessowym stwierdzono najsilniejszą niestabilność ( $Re = 18,22$  dla 500 deg/s) natomiast w przypadku podłoża piaszczystego wystąpiła niestabilność oscylacyjna przy prędkości obrotu kierownicy 500 deg/s.

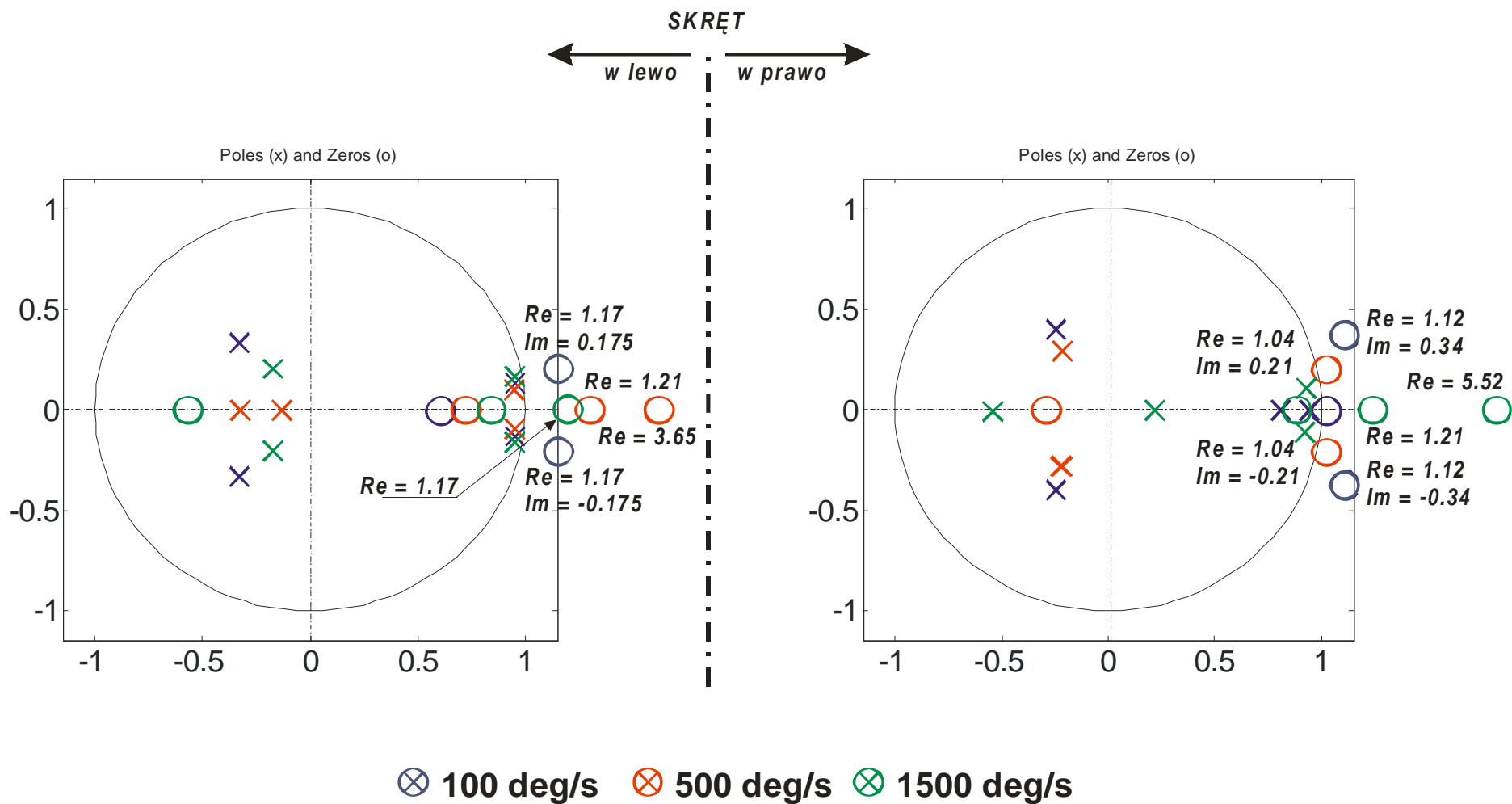
Podobnie jak w przypadku wymuszenia sinusoidalnego, stabilność ruchu badanego samochodu testowano w oparciu o przebiegi kąta bocznego znoszenia oraz prędkości odchylenia od kierunku. Rysunki 15 i 16 zawierają wyniki testu zer i biegunów dla kąta bocznego znoszenia środka ciężkości badanego pojazdu. Na podłożu lessowym wystąpiła niestabilność przy wszystkich trzech prędkościach narastania kąta obrotu kierownicy, a dodatkowo pojawiała się niestabilność oscylacyjna przy prędkości 100 deg/s. Charakter wyników testu zer i biegunów dla skrętu w lewo i w prawo jest podobny. W przypadku podłoża piaszczystego ruch pojazdu opisany kątem znoszenia środka ciężkości był stabilny jedynie przy prędkości 100 deg/s, w pozostałych przypadkach odnotowano niestabilność, przy czym podczas skrętu w lewo przy prędkości 1500 deg/s oraz podczas skrętu w prawo przy 500 deg/s miały miejsce niestabilności oscylacyjne.



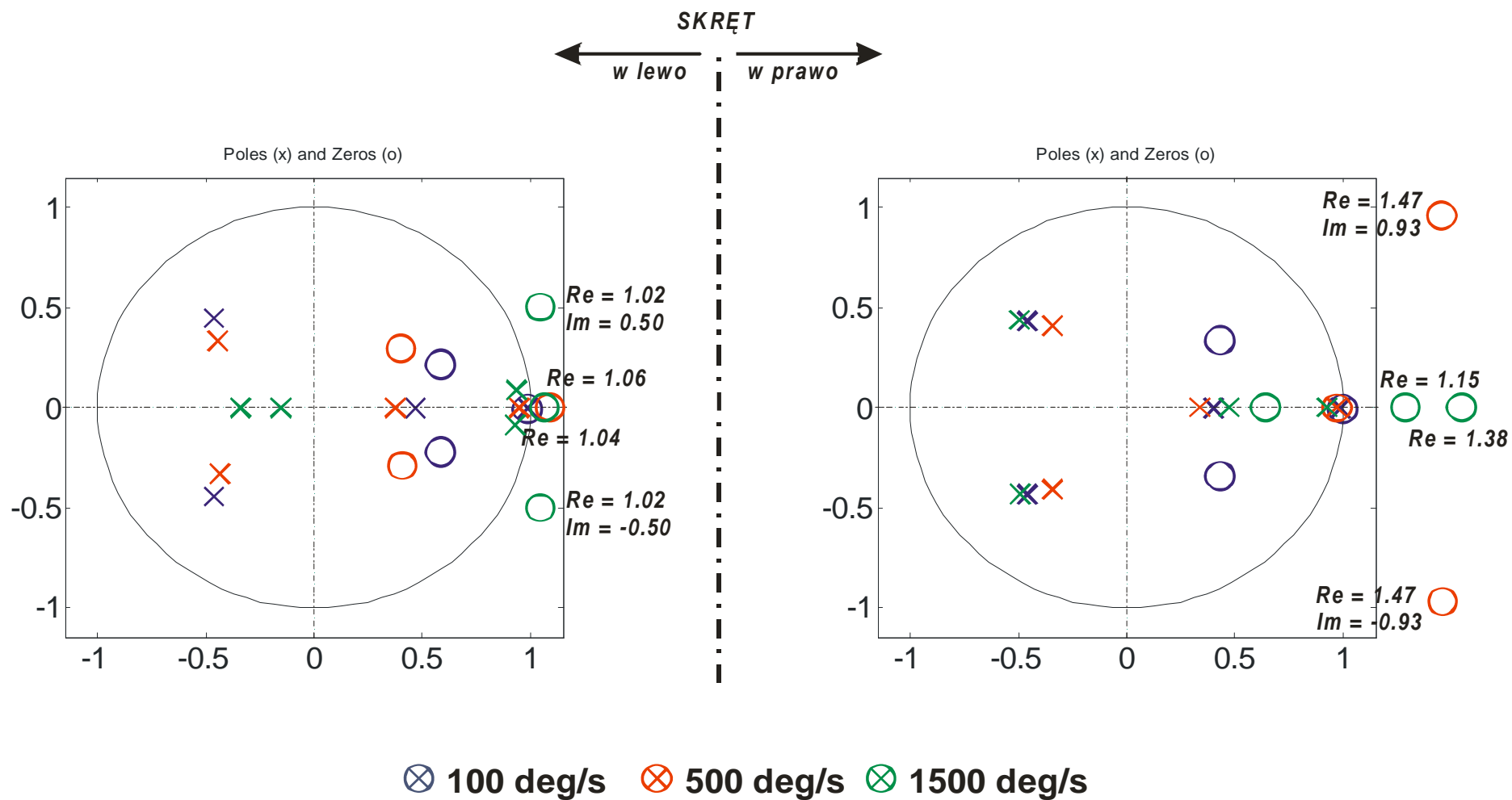
**Rys. 13** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia trapezoidalnego na podłożu lessowym. Przyspieszenie boczne.



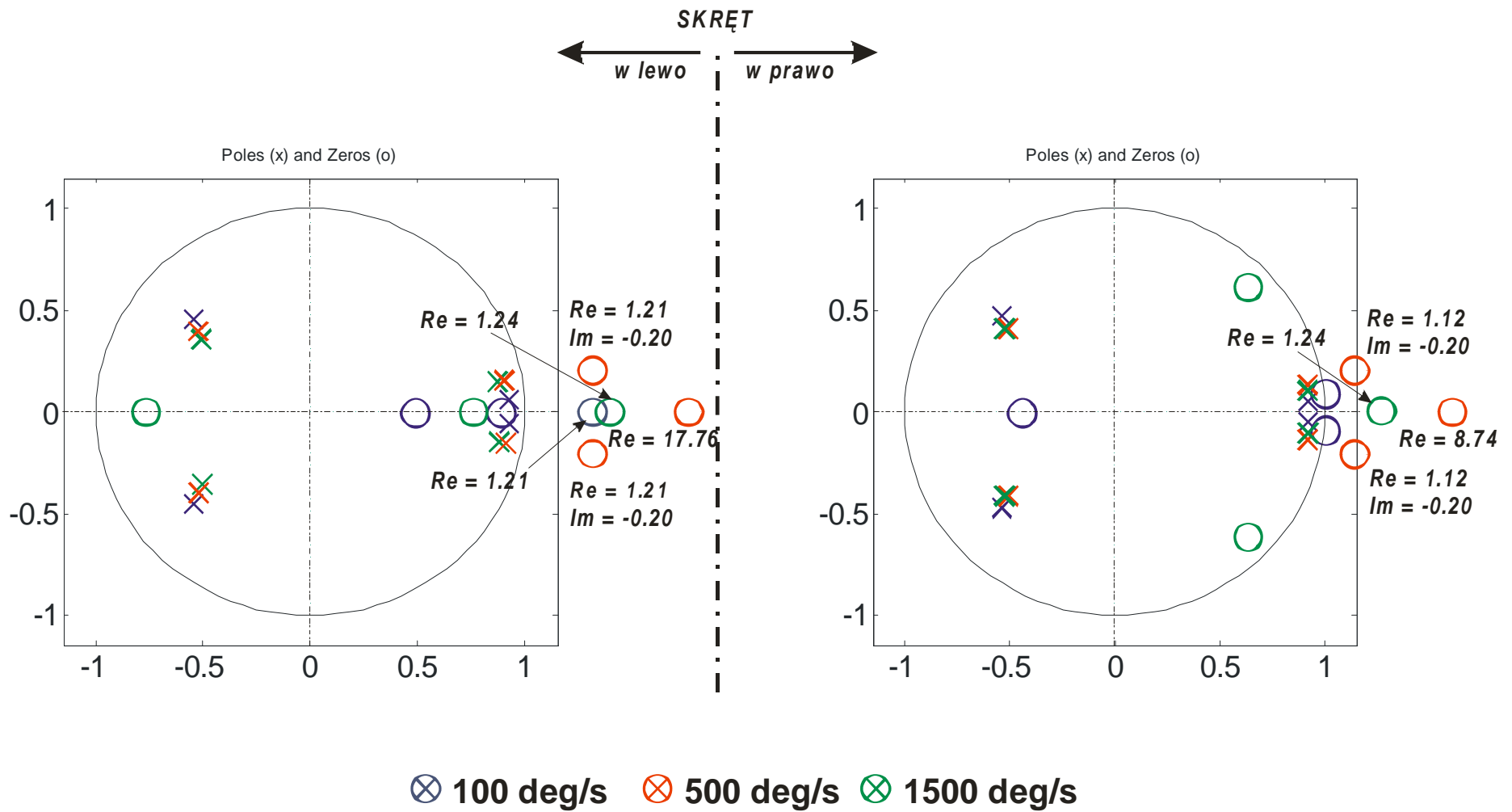
**Rys. 14** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia trapezoidalnego na podłożu piaszczystym. Przyspieszenie boczne.



**Rys. 15** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia trapezoidalnego na podłożu lessowym. Kąt boczno znośności środka ciężkości samochodu.

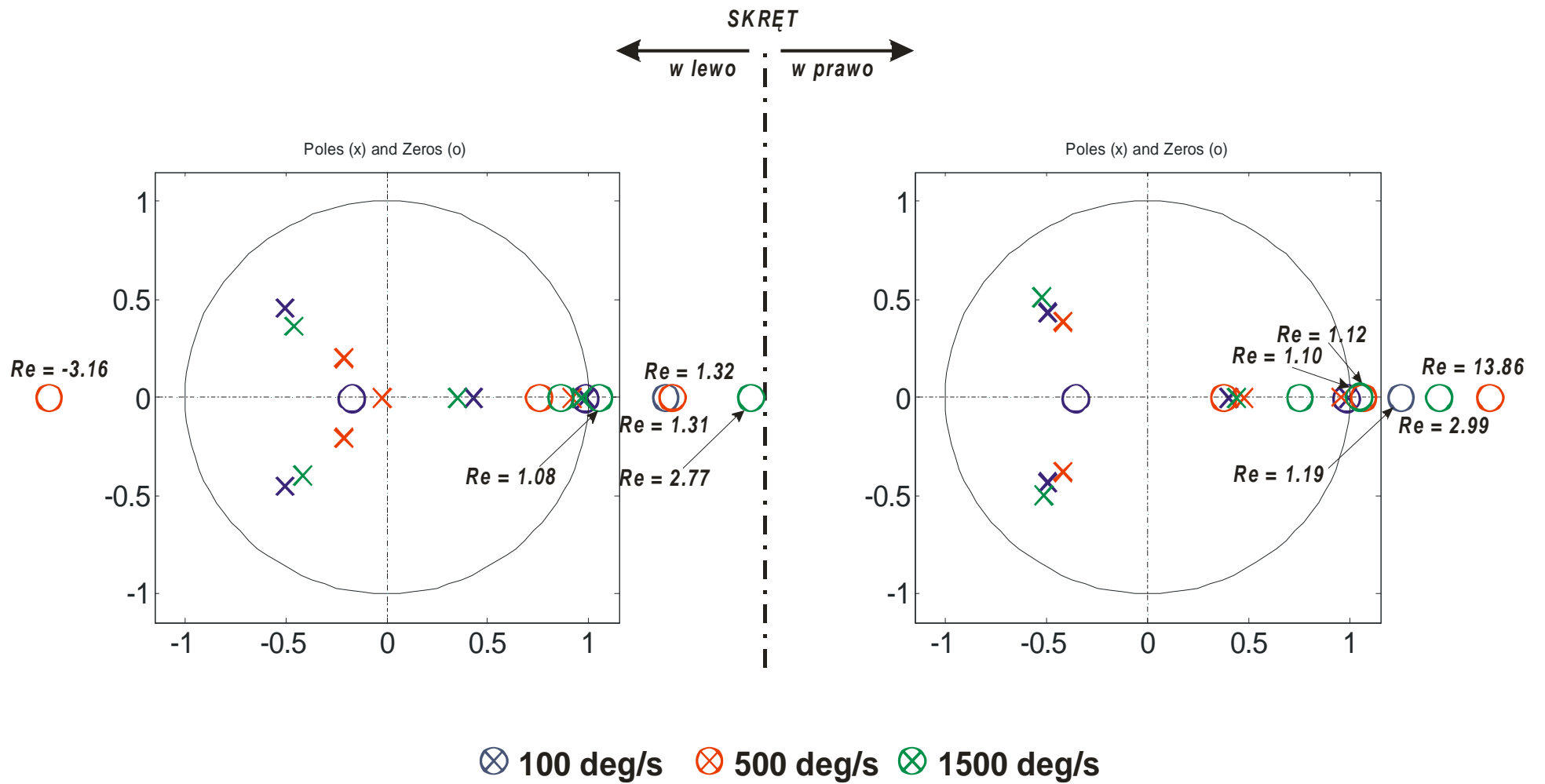


**Rys. 16** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia trapezoidalnego na podłożu piaszczystym. Kąt bocznego znośnienia środka ciężkości samochodu.



**Rys. 17** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia trapezoidalnego na podłożu lessowym. Prędkość kątowna odchylenia od kierunku jazdy.





**Rys. 18** Wyniki testu zer i biegunów dla wymuszenia trapezoidalnego na podłożu piaszczystym. Prędkość kątowna odchylenia od kierunku jazdy.

Trzecia wielkość opisująca ruch pojazdu, wykorzystana do określania stabilności to prędkość kątowna odchylenia od kierunku jazdy. Wyniki testów zer i biegunów pokazano na rysunkach 17 i 18. W przypadku skrętu w prawo, na podłożu lessowym uzyskano stabilność ruchu przy prędkości 100 deg/s, w pozostałych przypadkach tego wariantu ruch był niestabilny. Dla skrętu w lewo uzyskano największą niestabilność przy prędkości 500 deg/s ( $Re = 17,76$ ). Niestabilność wystąpiła przy obu pozostałych prędkościach narastania kąta skreślenia kierownicy. Dla obu kierunków skrętu, w prawo i w lewo niestabilność oscylacyjna pojawiła się przy prędkości 500 deg/s. Analiza wyników testu zer i biegunów dla podłoża piaszczystego wykazała, że ruch we wszystkich przypadkach, tj. dla wszystkich prędkości narastania kąta obrotu kierownicy był niestabilny. Pojawiały się bowiem pierwiastki o składowej rzeczywistej większej o jedność, dodatkowo w przypadku prędkości 500 deg/s składowa ta wynosiła 13,86. Nie odnotowano przypadków niestabilności oscylacyjnej.

## 5. Podsumowanie

Zastosowana metoda pozwoliła na przeprowadzenie analizy stabilności ruchu samochodu osobowo-terenowego, podczas jazdy na podłożu odkształcalnym. Przeprowadzono analizy dla dwóch rodzajów wymuszenia (impulsu sterującego): sinusoidalnego oraz trapezowego, na trzech różnych podłożach: lessowym, piaszczystym i śnieżnym. Otrzymane wyniki są logicznie wytłumaczalne i mogą znaleźć praktyczne zastosowanie, jednakże metoda wymaga jeszcze dopracowania, szczególnie w zakresie filtracji danych eksperymentalnych, których jednorodność wpływa znacząco na wyniki analizy stabilności.

**Acknowledgments:** Praca wykonana w ramach Projektu badawczego PB 5389/B/T02/2011/40, finansowanego przez MNiSW w latach 2011 - 2013

## Literatura

1. Gillespie T.D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. SAE Warrendale, USA, 1992
2. Ljung L. System identification: theory for the user, 2<sup>nd</sup> edition. Prentice Hall, Englewood Cliff, USA, 1998
3. Lozia Z. An analysis of vehicle behaviour during lane-change manoeuvre on an uneven road surface, Vehicle System Dynamics, 1992; 20: 417 – 431
4. Milliken W.F. Race car vehicle dynamics. SAE Warrendale, USA, 2003
5. Mischke M., Wallentowitz J. Dynamik der Kraftfahrzeuge. Springer Verlag, 2004
6. Pytka J. Steering Effects Upon Lateral Dynamics of a SUV On Deformable Surfaces. SAE Technical Paper Series, 2011; Paper No. 2011-01-2159
7. Zomotor A. Fahrverhalten. Vogel Verlag, Wurzburg, 1988
8. <http://www.nhtsa.gov/>