

**prof. dr hab. inż. Eugeniusz RUSIŃSKI;**

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej  
Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław  
e-mail:eugeniusz.rusinski@pwr.wroc.pl,

**dr hab. inż. Jerzy CZMOCHOWSKI, prof. PWr**

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej  
Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław  
e-mail:jerzy.czmochowski@pwr.wroc.pl,

**mgr inż. Damian PIETRUSIAK;**

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej  
Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław  
e-mail:damian.pietrusiak@pwr.wroc.pl,

## **Problemy identyfikacji modeli modalnych stalowych ustrojów nośnych**

**Słowa kluczowe:** *analiza modalna, konstrukcje stalowe, metoda elementów skończonych*

**Abstrakt:** Kompleksowa identyfikacja modeli modalnych stalowych ustrojów nośnych, wymaga ujęcia zarówno eksperymentalnego jak i numerycznego. Obie metody stanowią wzajemne uzupełnienie i umożliwiają dokładniejszą identyfikację. Przedstawione wyniki badań dotyczą mostu podającego zwałowarki działającej w kopalni węgla brunatnego. Przeprowadzono eksploatacyjną analizę modalną. Zastosowanie tej właśnie metody badawczej, uwzględnia wpływ warunków działania i obciążenia obiektu. Wyniki uzyskane w ten sposób zestawiono z eksperymentem numerycznym.

### **1. Wstęp**

Identyfikacja modeli modalnych, szczególnie konstrukcji wielkogabarytowych, należy do zadań dość złożonych. Dzięki numerycznemu rozwiązaniu zagadnienia własnego, możliwe jest w sposób bardzo jasny przedstawić postaci i częstotliwości. Jednakże uproszczenia wprowadzane w modelu mogą oddalać uzyskane częstotliwości drgań od rzeczywistych. Szczególnie trudno uwzględnić jest warunki w jakich obiekt jest eksploatowany. Przeprowadzenie samego eksperymentu może okazać się niewystarczające do poprawnej identyfikacji postaci. Stosowanie obu metod jednocześnie umożliwia uzyskania pełniejszej wiedzy na temat badanego obiektu [1].

Prawidłowo określone charakterystyki dynamiczne są istotną wskazówką w trakcie eksploatacji obiektu. Ma to szczególnie duże znaczenie, jeśli chodzi o konstrukcje nośne maszyn wielkogabarytowych. Koparki i zwałowarki górnictwa odkrywkowego osiągają rozmiary powszechnie nie spotykane w budowie maszyn. Zmienne siły kopania o dużych wartościach oraz amplitudach są głównym źródłem drgań. Ponadto powstają one również w napędach [18] i przenośnikach [8] poprzez przemieszczanie się urobku (uderzanie w rolki oraz w przesypach). Ruchy technologiczne jazdy, obrotu czy zwodzenia są również istotnym źródłem drgań. Zwałowarki i ich elementy nie są aż tak silnie obciążone dynamicznie jak koparki, jednakże ich konstrukcja cechuje się dużo większą smukłością i podatnością. Możliwe jest zatem uzyskanie dużych amplitud drgań już przy mniejszej sile i zmienności obciążenia.

Znajomość charakterystyk dynamicznych obiektu jest konieczna do redukcji drgań. Pośrednią konsekwencją ich obniżenia będzie znaczący wpływ na wydłużenie trwałości obiektu poprzez ograniczenie zjawiska zmęczenia materiału [2, 12].

Zredukowanie drgań zmniejsza również prawdopodobieństwo utraty stateczności obiektu lub jego elementów. Zdarzały się przypadki występowania drgań o amplitudach tak dużych, że powodowały kolizję elementów maszyny [5]. Poprawne określenie modelu modalnego umożliwiło wyeliminowanie tego niekorzystnego zjawiska.

Ponadto nie należy zapominać o negatywnym wpływie drgań na organizm ludzki. Dopuszczalne wartości przyspieszeń podaje norma [10, 11]. W skrajnych przypadkach może dochodzić do tego, iż pewne organy ludzkie będą w rezonansie [3].

Przedstawiono wyniki analizy modalnej, eksploatacyjnej oraz numerycznej mostu podającego zwałowarki (rys. 1) typu ZGOT 12500.



Rys. 1. Widok mostu zwałowarki

Masa mostu wraz z zainstalowanymi na nim elementami wynosi ok. 310 Mg. Istotnym faktem jest możliwość zmiany punktu podparcia na wózku mostu. W ten sposób jego rozpiętość może osiągnąć maksymalnie 75,8 m i minimalnie 69,2 m.

## 2. Analiza modalna

### 2.1. Eksperymentalna i eksploatacyjna analiza modalna

Klasyczną metodą określania własności dynamicznych obiektów jest eksperymentalna analiza modalna. W celu jej przeprowadzenia konstrukcję należy wzbudzić wymuszeniem impulsowym lub harmonicznym o znanej sile i częstotliwości. Można tego dokonać przy pomocy młotka modalnego bądź też specjalnego wzbudnika drgań [17]. Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie impulsowej funkcji przejścia (1) gdzie  $Q_r$  jest współczynnikiem skali,  $\Psi_r$  wektorem modalnym,  $\lambda$  biegunem układu,  $t$  - czasem.

$$h(t) = \sum_{r=1}^N (Q_r \Psi_r \Psi_r^T e^{\lambda_r t} + Q_r^* \Psi_r^* \Psi_r^{*T} e^{\lambda_r^* t}) \quad (1)$$

Najczęściej stosowane algorytmy do wyznaczania parametrów modeli modalnych w eksperymentalnej analizie modalnej w dziedzinie czasu to: rozwiązanie zagadnienia własnego metodami numerycznymi (Eigensystem Realization Algorithm) oraz zastosowanie wykładniczo zanikających funkcji harmonicznymi (Least Square Complex Exponential) [17].

Eksperymentalna analiza modalna w przypadku dużych obiektów może okazać się trudna w realizacji. Wprowadzenie w drganie koparki kołowej czy zwałowarki wymagałoby wzbudnika bardzo dużej mocy. Dotychczas stosowaną metodą było wymuszanie impulsu poprzez gwałtowne uwolnienie ciężaru zawieszzonego na wysięgniku koła [5]. Metoda ta jest stosunkowo kłopotliwa. Wymaga zatrzymania maszyny na czas przygotowania stanowiska oraz pomiaru, co jest niewskazane ze względu na ciągłe zapotrzebowanie surowca przez elektrownię. Do przeprowadzenia eksperymentu potrzebne jest przygotowanie odpowiedniego ciężaru oraz przyrząd, który umożliwi zwolnienie masy w momencie, gdy na wysięgnik działać będzie pożądana siła.

Eksploatacyjna analiza modalna [6, 16], w porównaniu do eksperymentalnej analizy modalnej, jest w zastosowaniu o wiele prostsza. Dzięki tej metodzie, możliwe jest określenie własności dynamicznych badanego obiektu tylko na podstawie znajomości odpowiedzi układu. Tym samym przeprowadzenie eksperymentu ogranicza się do rozmieszczenia czujników i zarejestrowania przebiegów przyspieszeń w trakcie pracy. Przez cały czas przygotowywania oraz trwania eksperymentu nie potrzebne jest zatrzymywanie maszyny. Nieznane jest wymuszenie układu, a więc jego odpowiedź zastępuje się funkcją korelacji (2), gdzie  $x$  i  $y$  są sygnałami mierzonymi w różnych punktach, czyli

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t-\tau)dt \quad (2)$$

Do estymacji parametrów modalnych stosuje się wspomniany już wcześniej algorytm Least Square Complex Exponential jak również Balanced Realization (metoda sformułowana w przestrzeni stochastycznej bazująca na równaniu stanu) i Canonical Variate Analysis (metoda bardzo podobna do metody BR) [16,17].

Wykonanie pomiarów w ten sposób uwzględnia naturalne warunki pracy i obciążenia. Własności dynamiczne koparki mogą ulegać zmianie wraz ze zmianami położenia wysięgnika koła czerpakowego oraz nadwozia. Eksploatacyjna analiza modalna umożliwi określenie własności dynamicznych w różnych konfiguracjach koparki.

## 2.2. Numeryczna analiza modalna

W numerycznej analizie modalnej dokonuje się rozwiązania zagadnienia własnego opisanego równaniem (3), gdzie "K" jest macierzą sztywności, "M" macierzą bezwładności.

$$(K - \lambda M)\psi = 0 \quad (3)$$

Rozwiązanie równania (3) możliwe jest algorytmami np.: redukcji Rayleigh'a-Ritz'a, całkowania podprzestrzeni czy całkowania odwrotnego. Najczęściej jednak wykorzystuje się algorytm Lanczos'a [13, 7]. Znalazł on szerokie zastosowanie dzięki możliwości szybkiego rozwiązywania zadań dużego rozmiaru. Stopień jego skomplikowania nie wpływa istotnie na liczbę kroków potrzebną do uzyskania wyniku.

### 3. Wyznaczenie częstości drgań i postaci

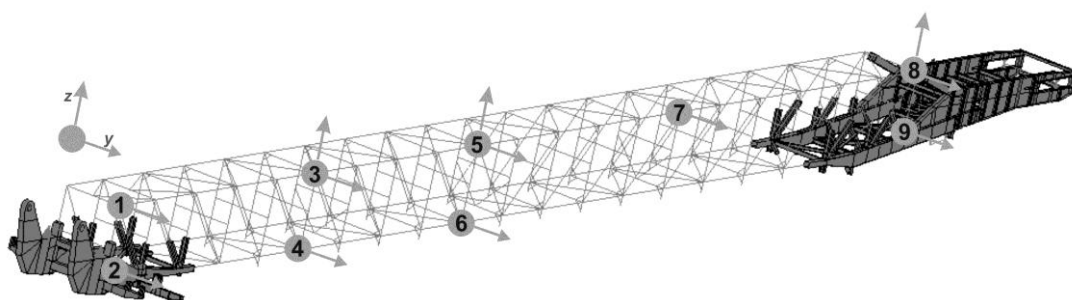
#### 3.1. Eksploatacyjna analiza modalna

Bardzo istotnym aspektem są punkty rozmieszczenia czujników oraz kierunki w jakich będą mierzone przyspieszenia.

Na moście zwałowarki, czujniki rozmieszczono w 9 punktach. Pomiary przeprowadzono z wykorzystaniem 12 kanałów pomiarowych. Punkty i kierunki wybrano w taki sposób aby możliwa była poprawna interpretacja jak największej liczby postaci drgań [5 ,9 ,4 ,14 ,15]. Ich rozmieszczenie nie odpowiada dokładnie 1/2 oraz 1/4 długości mostu, czyli punktom, w których mogą wystąpić węzły pewnych postaci drgań. Dokładny opis zestawienia punktów pomiarowych przedstawiono w tabeli 1. Słupki mostu, patrząc na rysunek 2, liczone od strony lewej. Kierunek "z" zgodny jest z kierunkiem wektora normalnego płaszczyzny, którą wyznacza most. Kierunek "y" jest kierunkiem poprzecznym do mostu zwałowarki. Dane pomiarowe zarejestrowano podczas równoczesnej jazdy zwałowarki oraz wózka podpory mostu, ponieważ zachowana była stała długość wysuwu mostu.

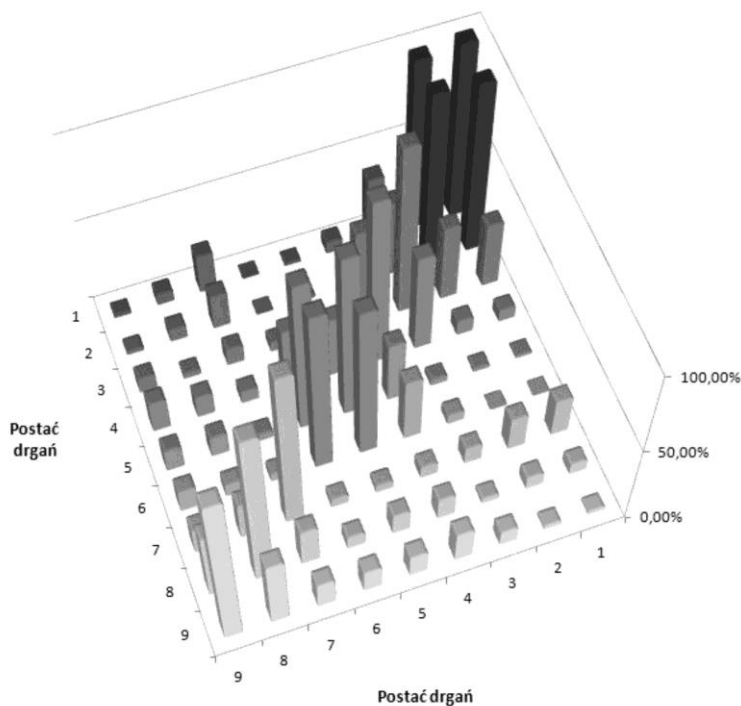
Tabela 1. Zestawienie punktów pomiarowych

Kanał pomiarowy	Punkt pomiarowy	Słupek	Kierunek
1	1	1/21	y
2	2		y
3	3	6/21	y
4			z
5	4		y
6	5	10/21	y
7			z
8	6		y
9	7	15/21	y
10	8	21/21	y
11			z
12	9		y



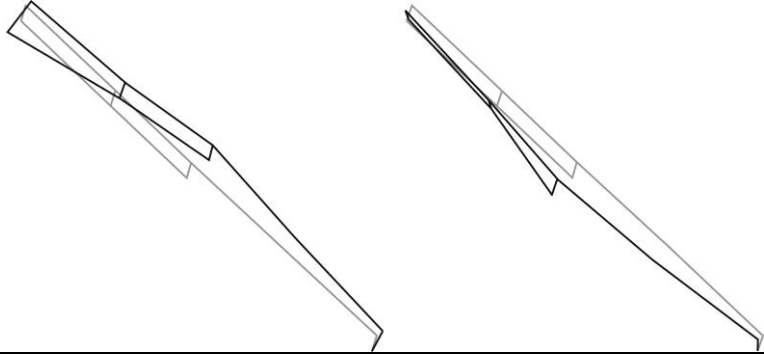
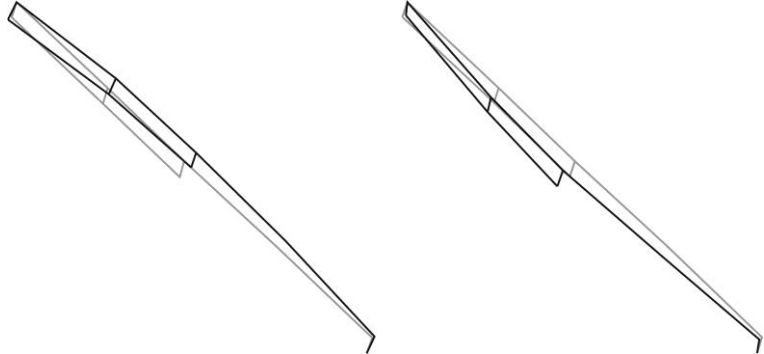
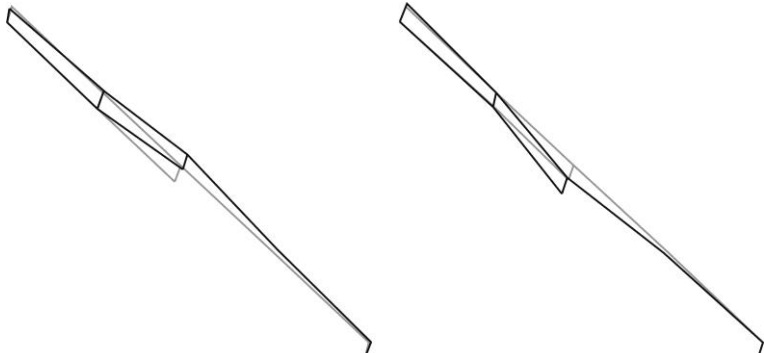
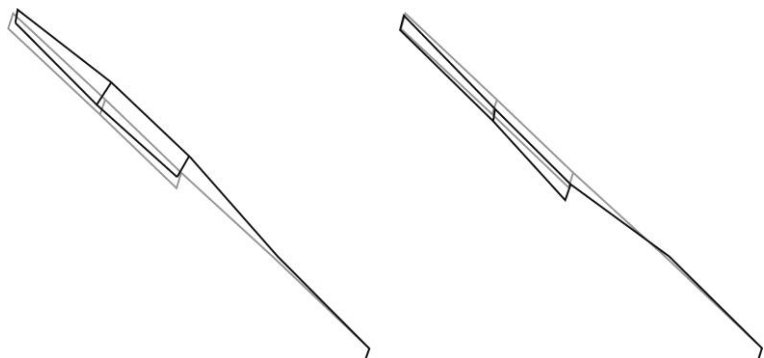
Rys. 2. Punkty pomiarowe

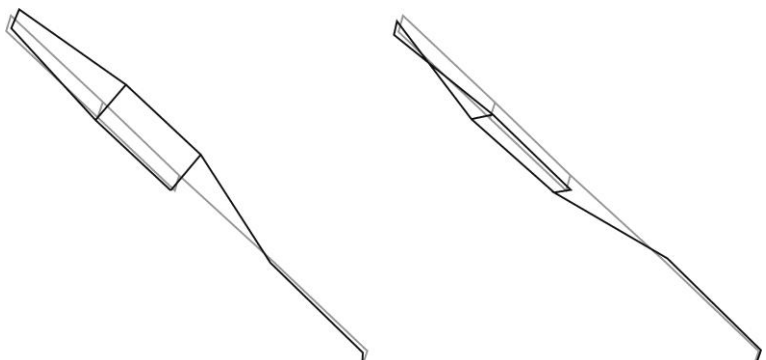
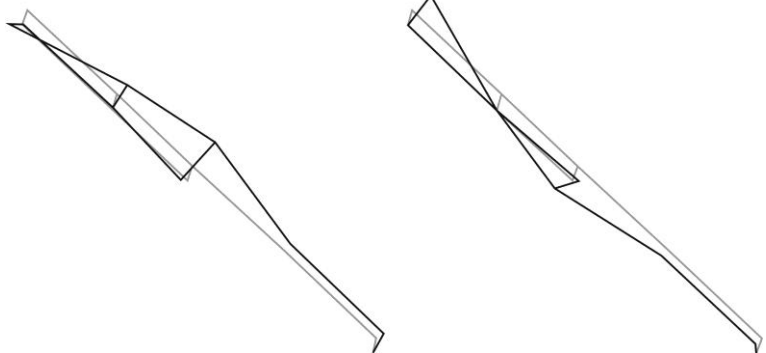
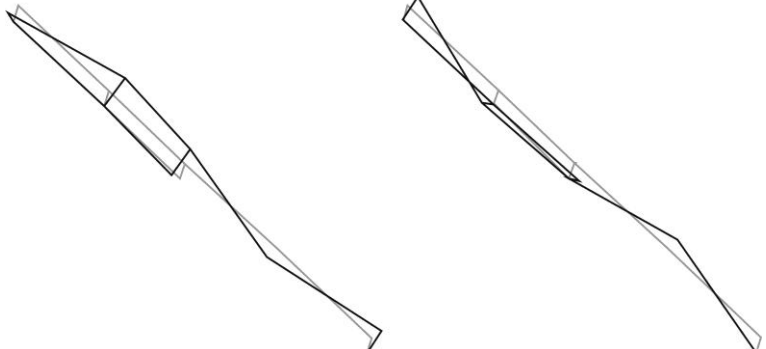
Wstępnych analiza wyników badań pozwala dostrzec 9 różnych postaci drgań własnych. Wskaźnik auto - MAC (Modal Assurance Criterion) [17] wykazał bardzo silną korelację między postaciami 1 i 2 oraz 5 i 6. Postacie te należy więc traktować jako jedną a ich pojawienie się mogło wystąpić np. w skutek błędu metody. Graficzne przedstawienie macierzy auto - MAC przedstawia rysunek 3. Kolorami czerwonym i pomarańczowym oznaczono odpowiednio zbieżne postacie 1 i 2 oraz 5 i 6. We wszystkich postaciach, oprócz czwartej odnotowano wysoki poziom rozproszenia fazy. Oznacza to, iż na przedstawione deformacje postaci drgań własnych silny wpływ miały drgania wymuszające. Poszczególne postacie wyznaczone metodą eksploatacyjną przedstawiono w tabeli 2.



Rys. 3. Macierz wskaźnika auto - MAC postaci wyznaczonych na drodze doświadczalnej

Tabela 2. Postacie własne wyznaczone metodą eksploatacyjną

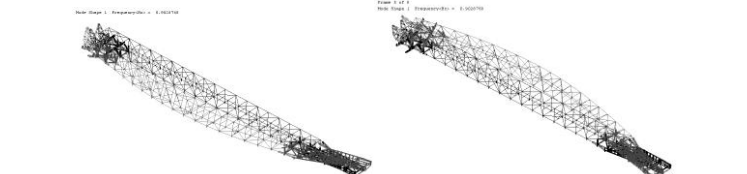
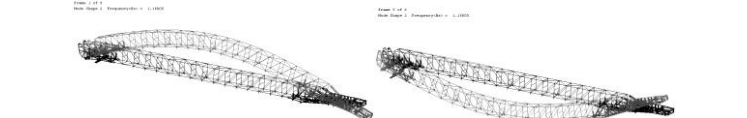
Postać drgań	Deformacja	
<p>Postać 1 i 2, częstotliwość <math>\sim 0,90\text{Hz}</math></p>		
<p>Postać 3, częstotliwość <math>\sim 1,1\text{Hz}</math></p>		
<p>Postać 4, częstotliwość <math>\sim 1,24\text{Hz}</math></p>		
<p>Postać 5 i 6, częstotliwość <math>\sim 1,69\text{Hz}</math></p>		

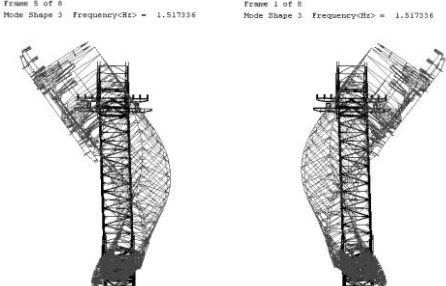
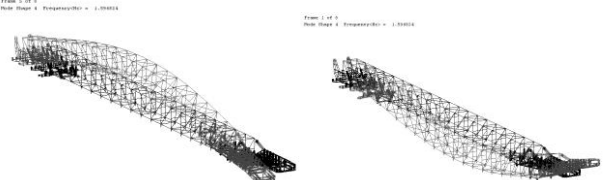
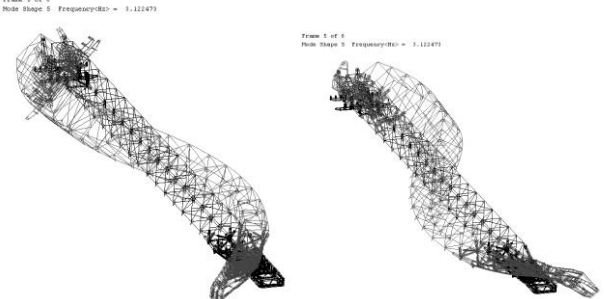
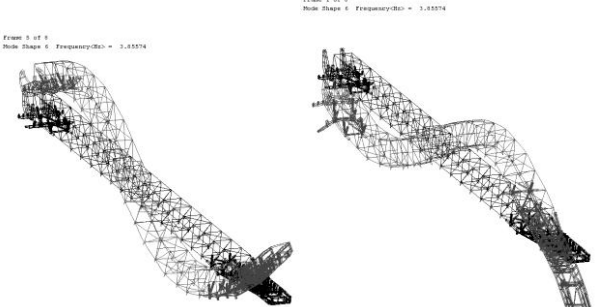
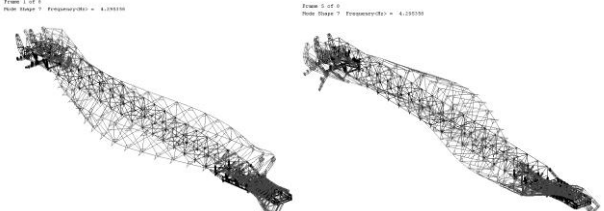
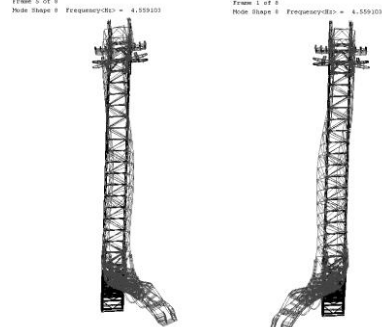
<p>Postać 7, częstotliwość ~ 4,12Hz</p>	
<p>Postać 8, częstotliwość ~ 6,33Hz</p>	
<p>Postać 9, częstotliwość ~ 8,83Hz</p>	

### 3.2. Numeryczna analiza modalna

Numeryczną analizę modalną [14] przeprowadzono na modelu belkowo-powłokowym. Stosując elementy belkowe, ogranicza się rozmiar modelu a przez to czas obliczeń. Elementy belkowe dobrze odwzorowują sztywność zastosowanych elementów konstrukcyjnych, jednakże zupełnie pominięto są sztywności przywęzłowe, będące niejednokrotnie bardzo duże. W tabeli 3 zamieszczono wyniki uzyskane na podstawie symulacji numerycznej.

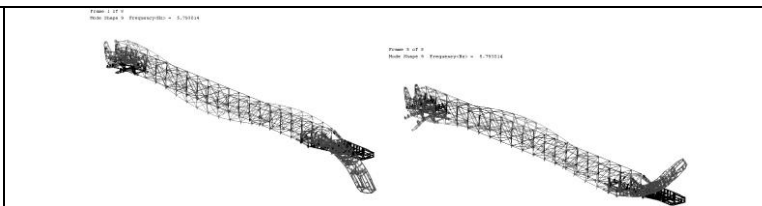
Tabela 3. Postacie własne wyznaczone w symulacji numerycznej

Postać drgań	Deformacja
<p>Postać 1, częstotliwość - 0,90Hz</p>	
<p>Postać 2, częstotliwość - 1,17Hz</p>	

<p>Postać 3, częstotliwość - 1,52Hz</p>	
<p>Postać 4, częstotliwość - 1,60Hz</p>	
<p>Postać 5, częstotliwość - 3,12Hz</p>	
<p>Postać 6, częstotliwość - 3,85Hz</p>	
<p>Postać 7, częstotliwość - 4,29Hz</p>	
<p>Postać 8, częstotliwość - 4,56Hz</p>	



Postać 9,  
częstotliwość - 5,79Hz



### 3.3. Analiza i porównanie otrzymanych wyników

Dzięki analizie numerycznej, możliwe jest wyraźne i bezpośrednie określenie postaci oraz częstotliwości drgań własnych. W modelu takim jednak, nie uwzględnia się wszystkich warunków panujących w rzeczywistości. Może to znaleźć swoje odbicie w otrzymanych wynikach.

Interpretacja danych doświadczalnych jest dużo bardziej złożona. Często spotyka się, że jedna bądź kilka postaci mogą być rozmyte. Ciężko wówczas określić jednoznacznie częstotliwość przy jakiej można zaobserwować daną postać drgań. Ponadto aby dobrze wyznaczyć bardziej złożone postacie drgań, potrzeba większej liczby czujników, co pociąga za sobą spore koszty. Ogromną zaletą tej metody jest fakt, iż uwzględnia oddziałujące na obiekt czynniki zewnętrzne, które być może nie zostały ujęte w modelu numerycznym. Dodatkowo stosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej daje możliwość przeprowadzenia badań w trakcie pracy. Obciążenie robocze może mieć silny wpływ na charakterystykę dynamiczną.

We wstępnej analizie danych zauważyć można rozbieżności pomiędzy wynikami badań numerycznych i doświadczalnych. Dopiero dokładne i wnikliwe porównanie deformacji oraz częstotliwości pozwala dostrzec pewne odpowiadające sobie postacie. Z całą pewnością można stwierdzić, że w obu metodach równoważna jest sobie pierwsza postać o częstotliwości  $0,90\text{ Hz}$  odpowiednio wyników badań eksperymentalnych i numerycznych. Jest to postać giętna w kierunku poprzecznym konstrukcji. Kolejne odpowiadające sobie postacie, są to postać 4 z badań eksperymentalnych oraz 2 z symulacji numerycznej. W przypadku tym warto również spojrzeć na postać 3 wynikającą z badań doświadczalnych. Jest to również postać giętna mostu w kierunku pionowym a jej częstotliwość  $1,24\text{ Hz}$  nie jest, aż tak bardzo odległa od pozostałych. Na tej podstawie można przypuszczać, że 3 i 4 postać wyznaczona w badaniach eksperymentalnych, jest to ta sama postać tyle, że silnie rozmyta. Przyjmując takie założenie, możemy z przybliżeniem określić częstotliwość tej postaci na poziomie ok.  $1,17\text{ Hz}$ . Kolejne postacie, które wyznaczono zarówno w symulacji jak i eksperymencie są to: postać 4 symulacji oraz 5 i 6 eksperymentu. Jest to również postać giętna w płaszczyźnie pionowej ale dodatkowo w modelu numerycznym widać przemieszczenie jednego końca mostu w kierunku wzdłużnym. Z badań eksperymentalnych wynika, że ruch występuje jedynie w płaszczyźnie pionowej. Brak czujnika zamontowanego w kierunku wzdłużnym, uniemożliwia jednoznaczne utożsamienie z wynikami symulacji numerycznej. Średnia częstotliwość tej postaci drgań wynosi ok.  $1,65\text{ Hz}$ .

W przypadku pozostałej części wyników, trudno jest znaleźć odpowiadające sobie postacie. Są one już dużo bardziej złożone a większość z częstotliwości różni się od siebie. Niestety wektory własne w eksperymencie przy wyższych postaciach nie są wystarczająco wyraźne, aby można było te postacie jednoznacznie określić. Zauważalne są, co prawda, pewne korelacje między wynikami, np. postać 4 symulacji numerycznej oraz 7 eksperymentu. Jednakże, niejednoznaczność wyników z badań eksperymentalnych, niesie ze sobą wysokie ryzyko popełnienia błędu podczas interpretacji.

#### 4. Podsumowanie i wnioski

Stosowanie jednocześnie symulacji numerycznych oraz badań doświadczalnych jest bardzo dobrą metodą do określania modeli dynamicznych konstrukcji stalowych. Uzyskane w ten sposób informacje, uzupełniają się i dają możliwość precyzyjniejszej identyfikacji. Dzięki modelowi wirtualnemu możliwe jest bardzo precyzyjnie pokazanie jakiego rodzaju postaci drgań należy się spodziewać. Niestety uproszczenia geometrii i założenia przyjmowane w trakcie modelowania mogą mieć duży wpływ, na częstotliwości drgań. Dokładne ich wyznaczenie wymaga przeprowadzenia badań na obiekcie rzeczywistym. Niestety, przeważnie z braku odpowiedniej liczby punktów pomiarowych, interpretacja postaci może być utrudniona. Posiłkowanie się na tym etapie modelem numerycznym, bardzo ułatwia interpretację wyników eksperymentu.

Zastosowanie takiego podejścia w przypadku mostu podającego zwałowarki pozwoliło określić podstawowe częstotliwości drgań własnych oraz ich postaci. Zauważalne są jednak duże rozbieżności modeli modalnych eksperymentalnych i numerycznych. Metodą eksperymentalną nie udało się jednoznacznie określić postaci bardziej złożonych. Wpływ mogło na to mieć właśnie rozmieszczenie i liczba czujników - szczególnie jeżeli chodzi o postaci skrętne. Brak jednoznacznego określenia postaci wyższych rzędów przemawia również za tym, iż podczas przejazdu zwałowarki i wózka mostu nie ma odpowiedniego wymuszenia aby je wzbudzić. Oznacza to, iż szczególnie istotnymi postaciami drgań są tylko podstawowe postaci giętne. Pozostałe są na tyle trudne do wzbudzenia, że nie stanowią one realnego zagrożenia konstrukcji mostu.

Badania współfinansowane ze środków Unii Europejskiej w ramach  
Europejskiego Funduszu Społecznego

#### Literatura

1. Bosnjak S, Zrnica N, Oguamanam D. On the dynamic modeling of bucket wheel excavators. *FME Transaction* 2006; 34: 221-226.
2. Bosnjak S, Zrnica N, Simonovic A, Momcilovic D. Failure analysis of the end eye connection of the bucket wheel excavator portal tie-rod support. *Engineering Failure Analysis* 2009; 16: 740-750.
3. Cempel C. *Wibroakustyka stosowana*. Warszawa: PWN, 1989.
4. Czmochocki J, Moczko P. Numerical-Experimental Analysis of Bucket Wheel Excavator Body Vibrations. 22<sup>nd</sup> Danubia-Adria Symposium of Experimental Methods in Solid Mechanics. *Extended Abstracts* 2005: 294-295.
5. Czmochocki J. Identyfikacja modeli modalnych maszyn urabiających w górnictwie węgla brunatnego. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2008.
6. Hermans L, Van der Auweraer H. Modal Testing and Analysis of Structures Under Operational Conditions: Industrial Applications. *Mechanical Systems and Signal Processing* 1999; 13(2): 193-216.
7. Hughes T. *The Finite Element Method*. New York: Dover Publications, 2000.

8. Jonak J, Gajewski J. Wybrane problemy diagnostyki i monitorowania pracy górnich przenośników taśmowych. *Eksploatacja i niezadowność – Maintenance and reliability* 2006; 4: 74-78.
9. Pietrusiak D, Czmochoowski J, Kowalczyk M, Lagwa Ł. Określenie właściwości dynamicznych koparki KWK1500 metodą eksploatacyjnej analizy modalnej. *Górnictwo Odkrywkowe* 2010; 4:45-50.
10. Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 1. Zasady ogólne. PN-EN 1997-1:2008.
11. Metody pomiarów i oceny drgań maszyn pod względem bezpieczeństwa i higieny pracy. PN-N-01357:1990.
12. Rusinski E, Czmochoowski J, Iluk A, Kowalczyk M. An analysis of the causes of a BWE counterweight boom support fracture. *Engineering Failure Analysis* 2010; 17(1): 179-191.
13. Rusinski E, Czmochoowski J, Smolnicki T. Zawansowana Metoda Elementów Skończonych. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2000.
14. Rusinski E, Czmochoowski J. Die Modalanalyse des Oberbaus eines Baggers vom Typ SchRs-800. *Surface Mining, Braunkohle & Other Minerals* 2001; 53(3): 319-324.
15. Smolnicki T, Rusinski E, Przybyłek G. Wybrane aspekty dostrajania modeli dyskretnych koparki wielonaczyniowej kołowej. *Górnictwo Odkrywkowe* 2006; 7/8: 146-148.
16. Uhl T, Lisowski W, Kurowski P. In-operational Modal Analysis and Its Applications. Kraków: Wydawnictwo Katedry Dynamiki Maszyn i Robotyki AGH, 2001.
17. Uhl T. Komputerowo wspomaganą identyfikacją modeli konstrukcji mechanicznych. Warszawa: WNT, 1997.
18. Wilk A, Madej H, Figlus T. Analiza możliwości obniżenia wibroaktywności korpusu przekładni zębatej, *Eksploatacja i niezadowność – Maintenance and reliability* 2011; 2: 42-49.