

Dr hab. inż. Tomasz NOWAKOWSKI

Politechnika Wrocławska
Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
tomasz.nowakowski@pwr.wroc.pl

Problemy modelowania niezawodności systemów wielofazowych

Słowa kluczowe: niezawodność, modelowanie, system wielofazowy

Streszczenie: W artykule omówiono podstawowe problemy związane z modelowaniem systemów wielofazowych. Eksploatacja takich systemów związana jest z realizacją różnych zadań, które składają się na osiągnięcie celu końcowego. Do takich systemów można zaliczyć systemy logistyczne i systemy transportowe. Omówiono dwa rodzaje modeli: modele syntetyczne obejmujące cały okres eksploatacji systemu i modele, w których poszczególne fazy są rozpatrywane oddzielnie. Wykorzystano przykładowy system o strukturze progowej zmiennej w kolejnych trzech fazach eksploatacji. Przedstawiono zalety i wady korzystania z modelu „konserwatywnego” bazującego na analizie modelu blokowego i modeli Markowa z ustaloną i losowo zmiennych czasem trwania poszczególnych faz.

1. Wprowadzenie

Istnieje wiele systemów, których okres eksploatacji składa się z szeregu rozdzielnych przedziałów czasu. W każdym z tych przedziałów system realizuje różne zadania, których wyniki muszą złożyć się na osiągnięcie celu końcowego. Takie systemy nazywa się w literaturze (np. [4]) systemami o zadaniach (misjach) okresowych (*Phased Mission System PMS*). Przykłady takich systemów, poza systemami transportowymi i logistycznymi, można znaleźć w wielu obszarach zastosowań takich jak energetyka jądrowa, lotnictwo, okrętownictwo, telekomunikacja, budownictwo, elektronika i wiele innych (np. [8], [9]). Prowadzone obecnie prace naukowo-badawcze [10] dotyczą m. in. systemu transportu łamanego kolejowo-wodnego węgla w korytarzu Odrzańskiej Drogi Wodnej.

Ponieważ koncepcja okresowego wykonywania zadań przez tak złożone systemy jak system transportowy lub system logistyczny dotyczy znacznie szerszego zbioru systemów niż to wynika z pojęcia *mission*, proponuje się w [4] stosowanie nazwy systemy wielofazowe (*Multiple-Phased Systems MPS*).

W systemach wielofazowych poszczególne fazy mogą charakteryzować się wieloma różnymi właściwościami [4]:

- zadanie wykonywane w danej fazie może różnić się od zadań wykonywanych w pozostałych fazach,
- wymagania dotyczące osiągnięć i niezawodności mogą się różnić pomiędzy fazami,
- podczas niektórych faz system może być poddany szczególnie silnym oddziaływaniom otoczenia co może wywoływać znaczący wzrost intensywności uszkodzeń,
- struktura systemu może zmieniać się w funkcji czasu, w zależności od wymagań funkcjonalnych i niezawodnościowych sformułowanych dla fazy, która jest aktualnie wykonywana,

- prawidłowe wykonanie zadań w danej fazie może przynieść inne efekty dla systemu niż te osiągnięte w innych fazach.

2. Modele niezawodności systemów wielofazowych

Podczas modelowania niezawodności systemu, korzystanie z koncepcji systemu wielofazowego pozwala na lepsze przybliżenie rzeczywistości ze względu na następujące założenia:

- eksploatacyjna struktura systemu nie jest stała, może zmieniać się pomiędzy fazami w zależności od ważności / krytyczności danej fazy,
- historia uszkodzeń lub napraw danego elementu w danej fazie wywiera wpływ na zachowanie systemu w kolejnej fazie. Stąd, stan komponentu na początku danej fazy zależy od stanu danego komponentu na końcu poprzedniej fazy.
- kryteria definiujące poziom spełnienia wymagań dotyczących osiągnięć i niezawodności danej fazy mogą różnić się tych wartości dla kolejnej fazy.

Te założenia są w różny sposób wykorzystywane w modelach znanych z literatury. Znane są dwa rodzaje modeli: modele syntetyczne ujmujące cały okres eksploatacji systemu i modele, w których poszczególne fazy są rozpatrywane oddzielnie.

Modele syntetyczne, w których wszystkie fazy są reprezentowane razem (np. [1], [2], [5], [14]) charakteryzują się szeregiem zalet ze względu na możliwość wykorzystania podobieństw pomiędzy fazami w celu otrzymania modelu zwartego, w którym wszystkie fazy są prawidłowo wbudowane. Budowanie takiego syntetycznego modelu może nie być łatwe ani wygodne w tych przypadkach, w których wspomniane powyżej różnice przeważają nad podobieństwami pomiędzy poszczególnymi fazami.

Z drugiej strony oddzielne modelowanie każdej fazy (np. [7], [14]) pozwala na natychmiastowe charakteryzowanie różnic pomiędzy fazami, w warunkach różnic intensywności uszkodzeń i różnic wymagań strukturalnych. Każda faza może być rozwiązywana oddzielnie i otrzymane wyniki następnie łączone z tymi z innych faz aby otrzymać całościowe wyniki dla systemu. Główną słabością rozdzielnego podejścia do modelowania (nie występująca w modelach syntetycznych) polega na podejściu do zależności pomiędzy fazami, które trzeba wziąć pod uwagę przy rozdzielaniu komponentów pomiędzy fazami. Takie podejście wymaga wyraźnie określonego mapowania stanów komponentu na końcu fazy w stosunku do stanu komponentu na początku fazy następnej. Takie zadanie jest koncepcyjnie proste, ale może być niewygodne i na pewno pozostaje potencjalnym źródłem błędów dla złożonych systemów.

Najtrudniejszą decyzją w procesie modelowania jest sposób łączenia poszczególnych faz w jeden model i szacowania wartości charakterystyk niezawodności całego systemu.

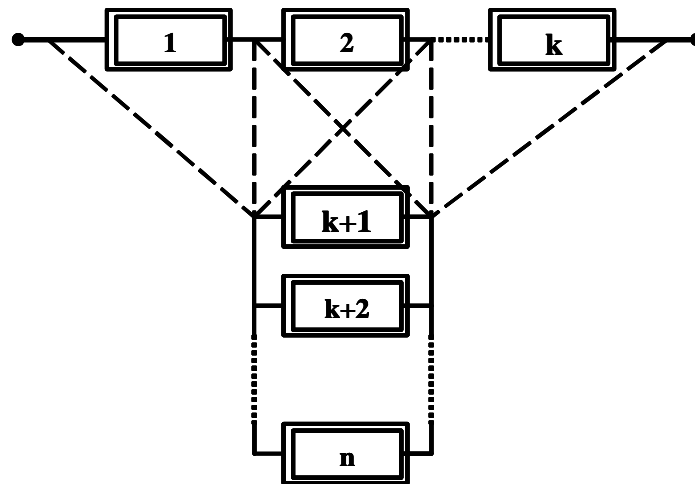
Analizie [11] został poddany przykładowy system opisany następującymi założeniami:

- system zbudowany z 3 komponentów (A, B, C),
- w czasie eksploatacji system znajduje się kolejno w 3 fazach (I, II, III),
- intensywności uszkodzeń poszczególnych komponentów są stałe w czasie trwania danej fazy eksploatacji, ale mogą się różnić w poszczególnych fazach (λ_i^j , $i = A, B, C$, $j = I, II, III$),
- komponenty mogą być obsługiwane lub naprawiane; intensywność napraw w poszczególnych fazach jest stała, ale także może zmieniać się w kolejnych fazach eksploatacji (μ_i^j , $i = A, B, C$, $j = I, II, III$),
- struktura niezawodności systemu jest strukturą progową „ k^j z n ”; parametr k zależy od fazy i wynosi: $k^I = 1$, $k^{II} = 2$, $k^{III} = 3$, przy $n = 3$.

System ma strukturę progową typu „ k z n ”, jeżeli system jest zdatny wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej k dowolnych spośród n elementów jest zdatnych. Schemat blokowy takiego systemu pokazano na rys. 1. Na schemacie k elementów jest połączonych szeregowo i mogą być zastąpione przez dowolny z $(k+1, n)$ elementów (istnieją modele o bardziej sformalizowanych zasadach rezerwowania np. [3]).

Łatwo można również wykazać, że struktura progowa jest uogólnieniem struktury szeregowej i równoległej:

- struktura „1 z n ” jest strukturą równoległą,
- struktura „ n z n ” jest strukturą szeregową.



Rys. 1. Schemat blokowy struktury progowej

Funkcja niezawodności systemu o strukturze progowej przy założeniu, że system zbudowany jest z identycznych elementów ($R_1(t) = R_2(t) = \dots = R_n(t) = R(t)$) wyraża się wzorem:

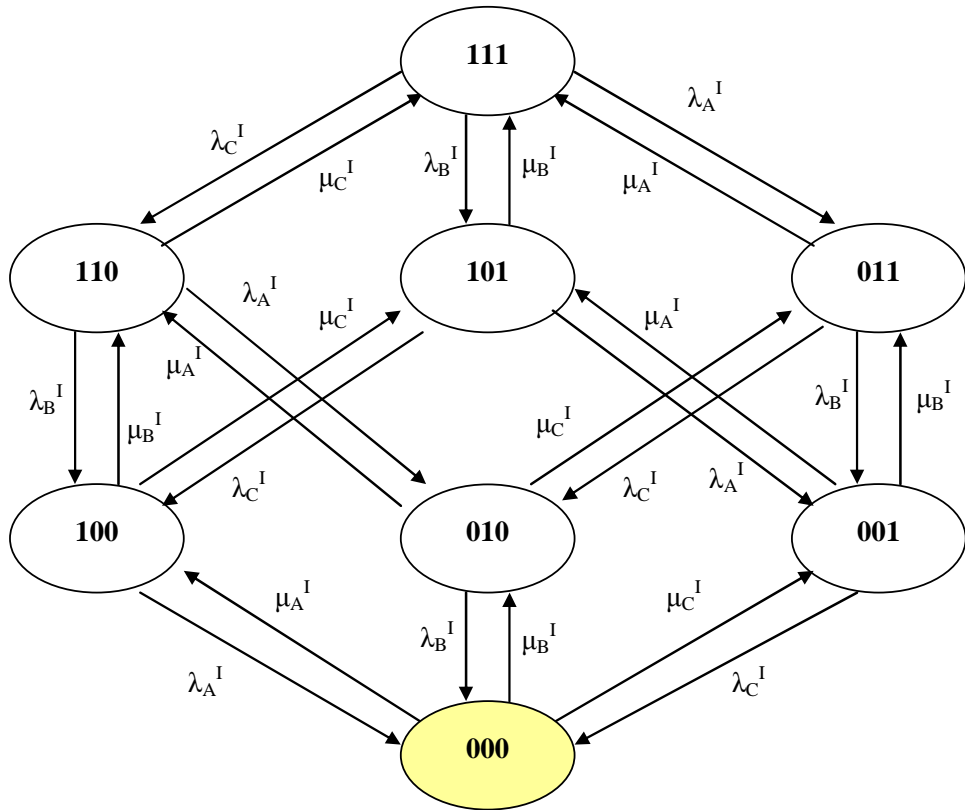
$$R_s(t) = \sum_{i=k}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} R(t)^i (1-R(t))^{n-i} \quad (1)$$

Modelując system zbudowany z elementów odnawialnych najczęściej korzysta się z modelu Markowa - odpowiednie grafy stanów dla poszczególnych faz eksploatacji przykładowego systemu pokazano na rys. 2, 3, 4. Stan systemu zapisano w następującej notacji:

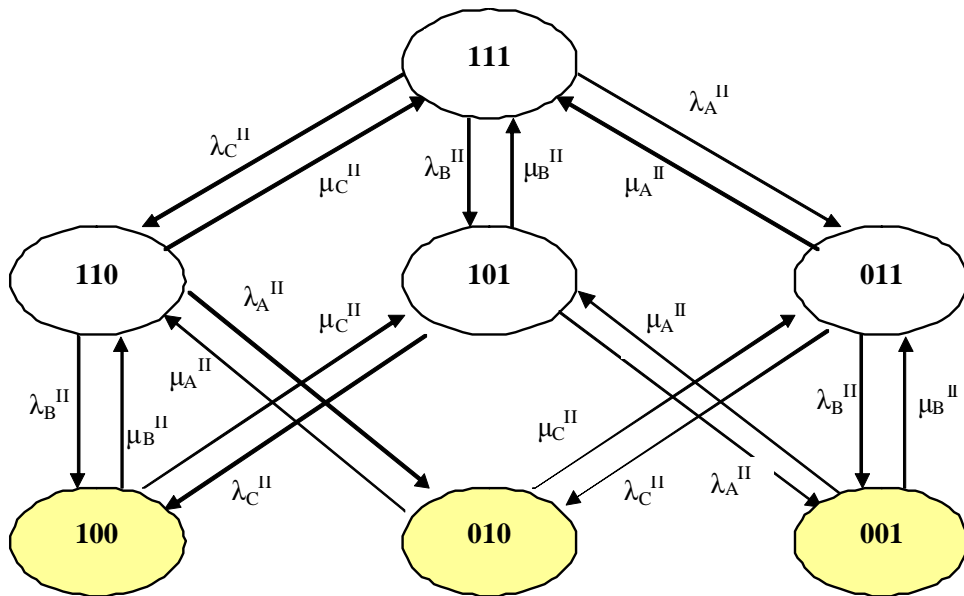
$$S = \langle S_A, S_B, S_C \rangle \quad (2)$$

przy czym: $S_i = 0$ – element niezdatny,
 $S_i = 1$ – element zdatny.

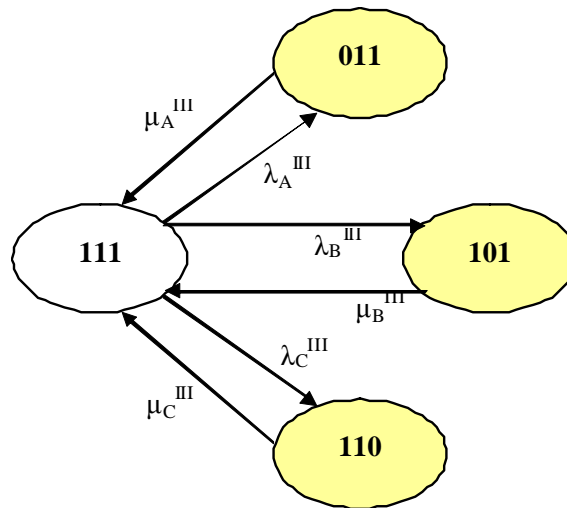
Stany niezdatności systemu w poszczególnych fazach zostały zaciemnione. Należy podkreślić jedno z przyjętych założeń [11], że podczas naprawy elementów systemu niemożliwe są dalsze ich uszkodzenia.



Rys. 2. Model Markowa dla fazy I [11]



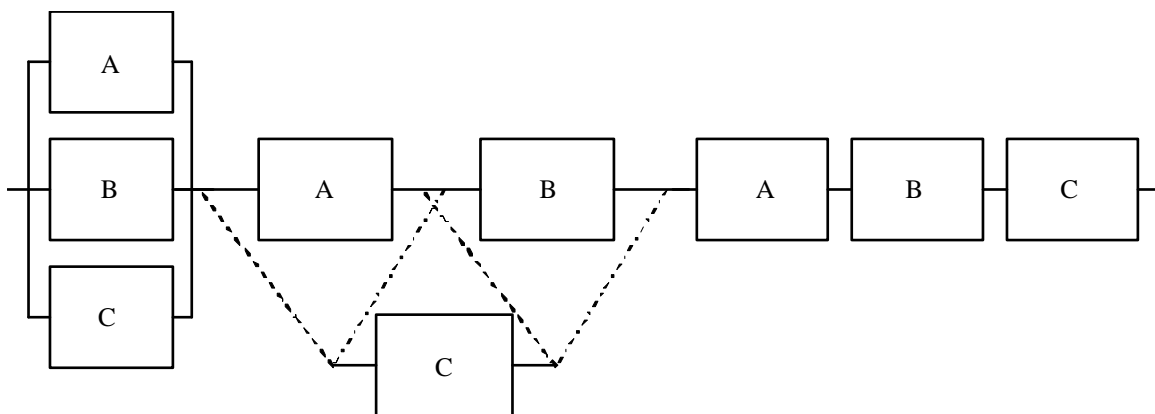
Rys. 3. Model Markowa dla fazy II [11]



Rys. 4. Model Markowa dla fazy III [11]

2.1. „Konserwatywny” model niezawodności

Najprostszym podejściem do łączenia niezawodności faz w niezawodność systemu jest wykorzystanie modelu struktury szeregowej niezawodności systemu, w której elementami struktury będą kolejne fazy eksploatacji systemu. Jest to możliwe jeżeli komponenty systemu nie charakteryzują się dynamicznymi zmianami właściwości takich jak błędy przejścia lub niezupełną naprawą uszkodzeń [5]. Wówczas otrzymuje się „konserwatywne” oszacowanie funkcji niezawodności systemu. Przykład takiej struktury pokazano na rys. 5.



Rys. 5. Struktura niezawodności systemu – szeregowy struktury faz [11]

Wyniki obliczeń niezawodności takiego systemu, jeżeli elementy są nienaprawialne, są dokładne, ale prowadzą do oszacowania niezawodności rzeczywistego systemu „z dołu”. Pewnym rozwiązaniem sygnalizowanych trudności jest wykorzystanie do analizy systemu metody ścieżek zdatności lub przekrojów niezdatności [6]. Własności minimalnych ścieżek zdatności i minimalnych przekrojów niezdatności są m.in. następujące [3]:

- strukturę systemu można przedstawić za pomocą pseudostruktury utworzonej z minimalnych ścieżek zdatności połączonych równoległe,
- strukturę systemu można przedstawić za pomocą pseudostruktury utworzonej z minimalnych cięć niezdatności połączonych szeregowo,
- struktura minimalnej ścieżki zdatności P_j ($j = 1, \dots, p$) jest strukturą szeregową,
- struktura minimalnego przekroju niezdatności K_j ($j = 1, \dots, k$) jest strukturą równoległą.

Strukturę systemu φ można wobec tego przedstawić za pomocą struktur jej minimalnych ścieżek:

$$\varphi(x) = \max_{1 \leq j \leq p} \min_{i \in P_j} x_i \quad (3)$$

co odpowiada pseudostrukturze φ_P utworzonej z minimalnych ścieżek lub za pomocą struktur minimalnych cięć:

$$\varphi(x) = \min_{1 \leq j \leq k} \max_{i \in K_j} x_i \quad (4)$$

co odpowiada pseudostrukturze φ_K utworzonej z minimalnych cięć.

Wówczas można oszacować od góry i z dołu niezawodność systemu, która jest nie gorsza niż niezawodność systemu o pseudostrukturze φ_K i nie lepsza niż niezawodność systemu o pseudostrukturze φ_P . Niezawodność systemów o pseudostrukturach φ_P i φ_K jest stosunkowo łatwa do wyznaczenia:

$$\max_{1 \leq j \leq p} \left\{ P \left(\min_{i \in P_j} x_i = 1 \right) \right\} \leq R_s \leq \min_{1 \leq j \leq k} \left\{ P \left(\max_{i \in K_j} x_i = 1 \right) \right\} \quad (5)$$

2.2. Model Markowa – ustalony czas trwania faz

Jeżeli system wykazuje zachowania zmienne w czasie wykonywania zadania, takie jak, np.:

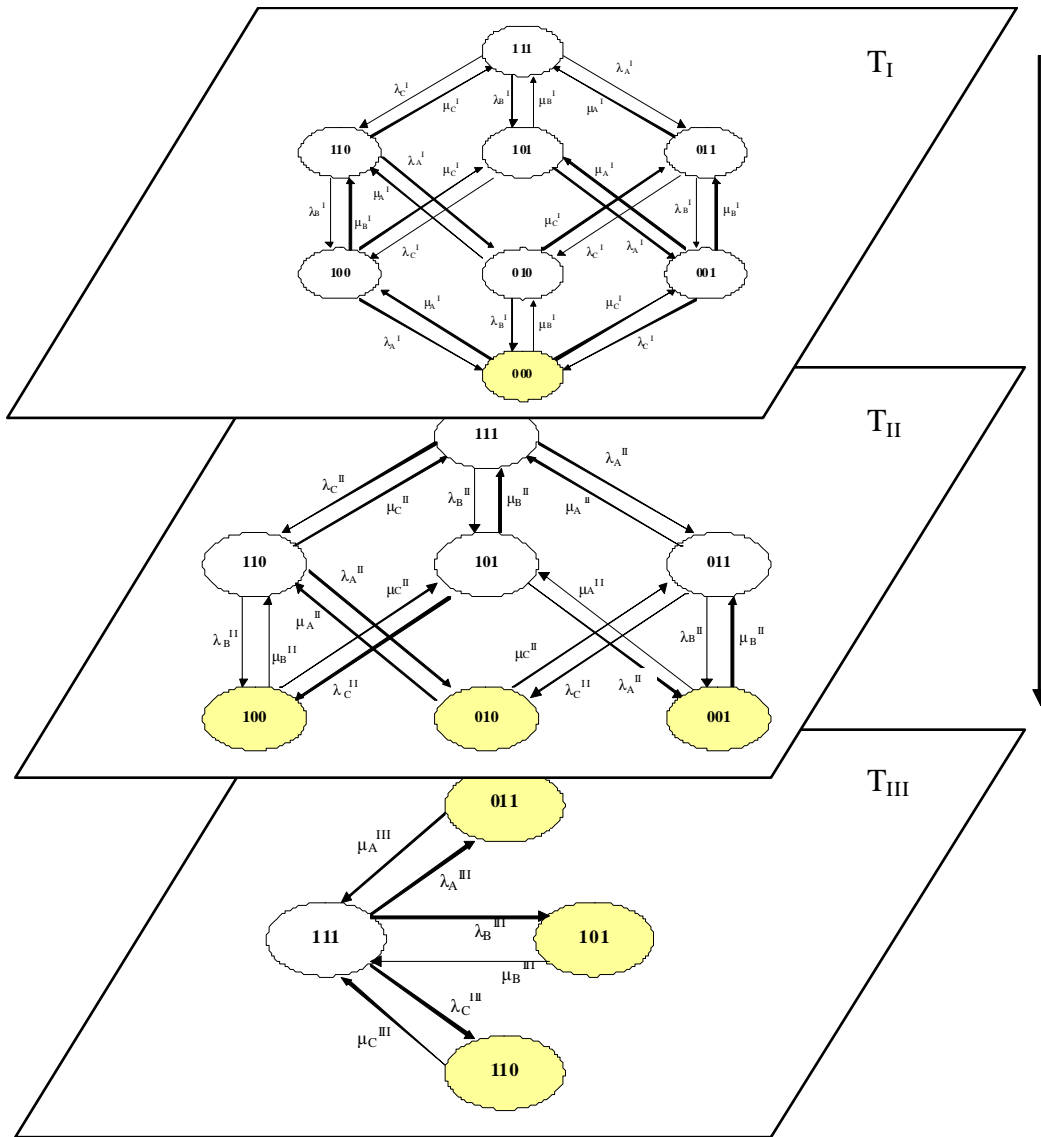
- zmieniające się prawdopodobieństwa przejść pomiędzy fazami,
- ograniczona liczba zespołów naprawczych,

wykorzystanie modelu Markowa może się okazać efektywne do analizy niezawodności tak złożonego systemu.

W proponowanym sposobie modelowania, każda faza eksploatacji systemu wielofazowego jest modelowana oddzielnym modelem Markowa. Zakłada się, że końcowy stan niezawodnościowy systemu w fazie j dla fazy $j + 1$ jest stanem początkowym. Schemat postępowania pokazano na rys. 6.

W fazie I realizowanej przez okres czasu T_1 stanami zdatności są m.in. stany (111), (101), (110), (011) i możliwe jest przejście do fazy II do analogicznych stanów zdatności. Natomiast stany (100), (010), (001) będą w fazie II stanami niezdatności i końcowe prawdopodobieństwa przebywania w tych stanach będą sumowały się do prawdopodobieństwa uszkodzenia systemu. Oczywiście system może także ulec uszkodzeniu w fazie I – stan (000). Dla fazy III tylko stan zdatności wszystkich elementów (111) jest stanem zdatności.

Niedogodności tego sposobu modelowania niezawodności systemu wielofazowego związane są z trudnościami powiązania odpowiadających sobie stanów systemu w poszczególnych fazach. Inne komplikacje powstają (np. [5]) jeżeli dany komponent podlega uszkodzeniom w jednej fazie a nie uszkadza się w innej lub gdy uszkodzenia w jednej fazie nie są diagnozowalne dopóki element nie zostanie użyty w kolejnej fazie.



Rys. 6. Schemat modelu niezawodności z ustalonym czasem trwania faz [11]

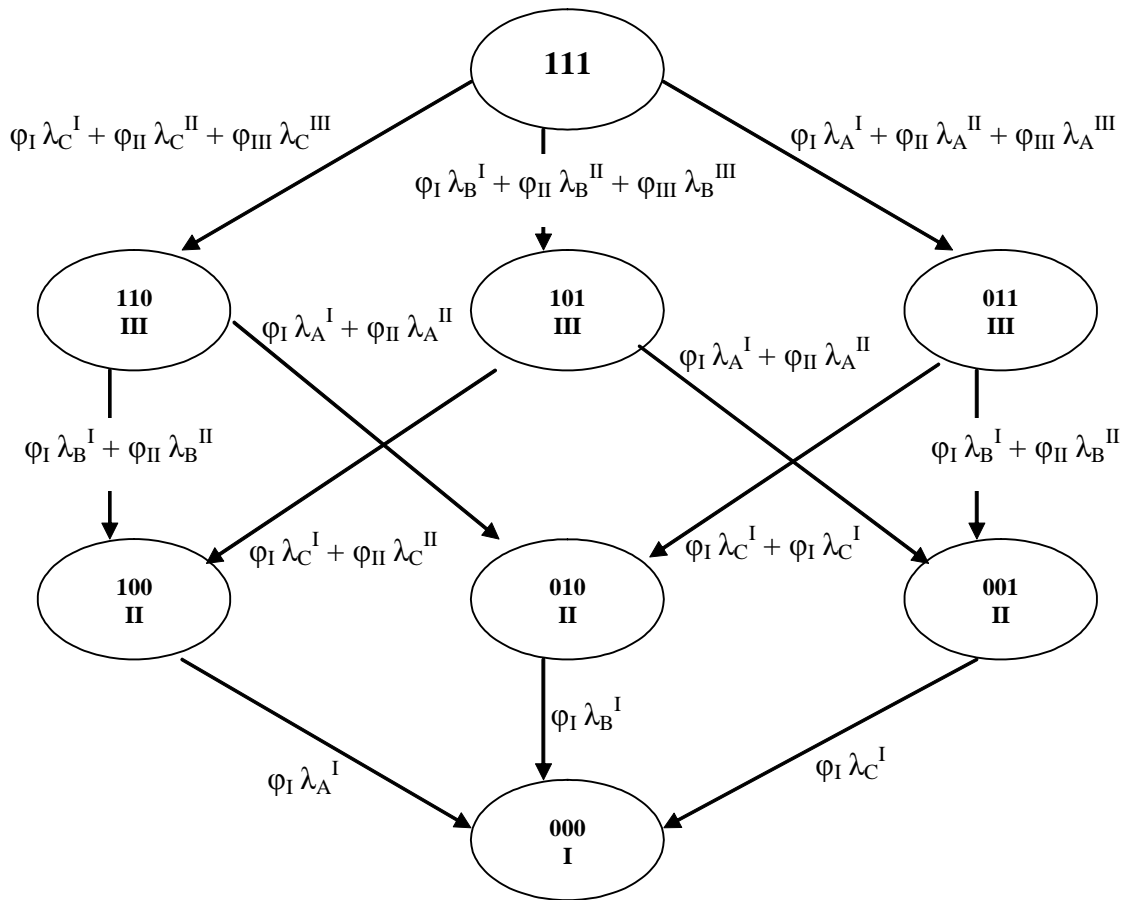
Syntetyczny model sformułowanego wcześniej podejścia zaproponowano w [5]. Wprowadzono wskaźnik występowania fazy φ_j :

$$\varphi_j = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } (T_{j-1} \leq t < T_j) \\ 0 & \text{jeżeli } t < T_{j-1}, t > T_j \end{cases} \quad (6)$$

gdzie:

T_j – chwila końca fazy j .

Wskaźnik φ_j określa, które przejście pomiędzy stanami należy do danej fazy j . Użycie tej metody nie zmienia przestrzeni stanów systemu ani nie wymaga wyznaczania nowych prawdopodobieństw przejść między stanami. Otrzymany model jest nadal modelem Markowa ale nie jest już jednorodny – wartości prawdopodobieństw przejść zależą od czasu eksploatacji systemu. Przykład modelu pokazano na rys. 7. Dla uproszczenia rysunku uwzględniono tylko intensywności uszkodzeń elementów; zapis intensywności napraw jest analogiczny. Przy numerach stanów zaznaczono numer fazy, w której dany stan jest stanem niezdatności.



Rys. 7. Model syntetyczny przykładowego systemu wielofazowego [11]

2.3. Model Markowa – losowy czas trwania faz

Jeżeli nie można zdefiniować zdeterminowanego czasu trwania poszczególnych faz eksploatacji systemu i te okresy czasu są zmiennymi losowymi to do modelowania trzeba wykorzystać niejednorodny proces Markowa. Podejście zaprezentowane w [14] bazuje na rozwiązaniu pojedynczego niejednorodnego modelu Markowa, w którym koncepcja przejść między stanami została uogólniona aby uwzględnić zmiany faz.

Zaletą tego podejścia jest możliwość uwzględnienia zależności zmian fazy od stanu systemu oraz zależności uszkodzeń i napraw od czasu w poszczególnych fazach. Nie ma również potrzeby uzgadniania prawdopodobieństw przebywania w stanach pomiędzy fazami.

Wadą metody jest duży stopień skomplikowania modelu. Przestrzeń stanów może być bardzo duża ponieważ stanowi sumę stanów wszystkich modeli cząstkowych ([11]). Ponieważ wielkość przestrzeni stanów w modelach Markowa jest (w najgorszym przypadku) wykładniczą funkcją ilości komponentów, jej przyrost może być krytyczny dla możliwości modelowania.

3. Podsumowanie

Z otrzymanych modeli można oszacować podstawowe miary oceny niezawodności systemu, takie jak np.: prawdopodobieństwo prawidłowego zrealizowania zadania logistycznego, prawdopodobieństwo wystąpienia błędu / uszkodzenia w funkcji czasu wykonywania zadania lub średni czas między uszkodzeniami.

Przedstawiony sposób podejścia został wykorzystany do modelowania niezawodności systemów transportu intermodalnego przy wykorzystaniu modeli Markowa i semi-Markowa (np. [12], [13], [16]). Można powiedzieć że system transportu intermodalnego jest wzorcowym przykładem (z punktu widzenia modelowania niezawodności) systemu o zadaniach (misjach) okresowych / fazowych. Transport ładunków jest dzielony na fazy realizowane różnymi środkami transportu.

Możliwości modelowania niezawodności i bezpieczeństwa systemu transport łamanego węgla na Odrzańskiej Drodze Wodnej [10] zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Schemat analizowanych modeli transport łamanego

System transportowy	Model niezawodności		
Kolej	Schemat blokowy	Model Markowa	
Kolej-woda-kolej	Schemat blokowy	Ustalony czas trwania fazy	Losowy czas trwania fazy

Dla przykładu, biorąc pod uwagę cały system, dla ustalonych okresów trwania poszczególnych faz transport kolejowego i wodnego oraz przy założeniu pełnej niezawodności fazy przeładunku otrzymano następujące oszacowania:

- gotowość transportu kolejowego:

$$A(t) = [\mu / (\lambda + \mu)] + [(P(t_0)\lambda - (1 - P(t_0))\mu) \exp(-(\lambda + \mu)t)] / (\lambda + \mu) \quad (7)$$

gdzie: $P(t_0)$ – prawdopodobieństwo stanu zdatności dla $t = 0$,

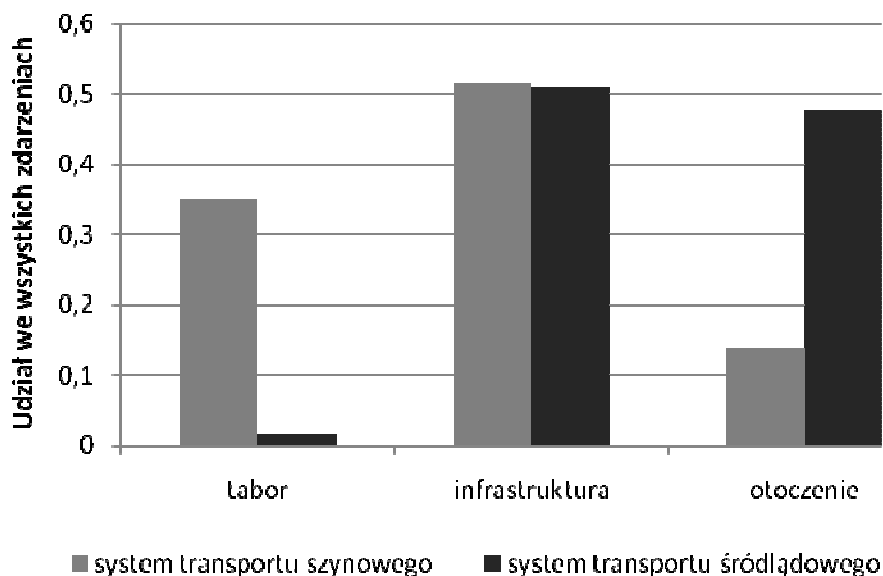
- gotowość transportu łamanego:

$$A_i(t) = [\mu_i / (\lambda_i + \mu_i)] + [(P_i(t_0)\lambda_i - (1 - P_i(t_0))\mu_i) \exp(-(\lambda_i + \mu_i)t)] / (\lambda_i + \mu_i) \quad (8)$$

$$P_{i+1}(t_0) = A_i(t) \quad (9)$$

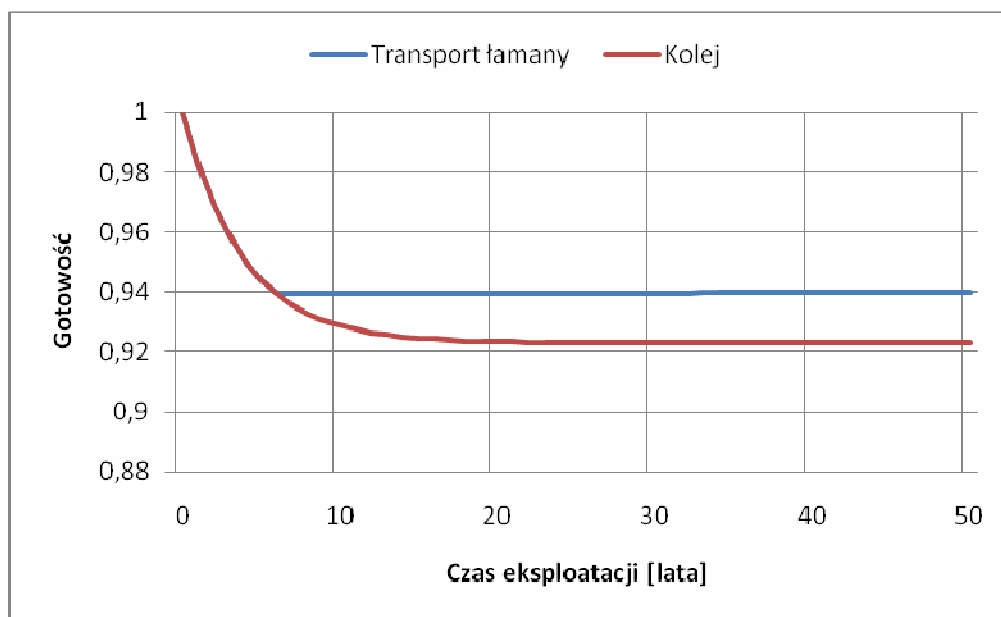
gdzie: i – numer fazy.

Oszacowane dane statystyczne pogrupowano na zdarzenia niepożądane dla transportu szynowego oraz śródlądowego uzyskując (na pierwszym poziomie dekompozycji systemu transportowego) dwie grupy zdarzeń. W przypadku systemu transportu szynowego są to zdarzenia związane z uszkodzeniami i zagrożeniami wynikającymi z eksploatacji pociągów oraz uszkodzeń, błędów funkcjonowania infrastruktury. Natomiast dla systemu transportu śródlądowego są to zdarzenia powstałe na skutek uszkodzeń i błędów infrastruktury drogi wodnej i ograniczeń wynikających z niewłaściwych przepływów oraz zdarzenia związane z uszkodzeniami i obsługami statków (pchaczy i barek). Różnica w strukturze uszkodzeń i zagrożeń wynika z uwarunkowań i udziału poszczególnych zdarzeń – rys. 8.



Rys. 8. Zestawienie udziałów zdarzeń niepożądanych [10]

Dla oszacowanych wartości intensywności uszkodzeń i intensywności napraw i zadania transportowego trwającego 50 godzin podzielonego na fazę „kolejową” - 6 godzin i fazę „wodną” - 44 godziny uzyskano wyniki pokazane na rys. 9.



Rys. 9. Porównanie gotowości systemu transportu łamanego i kolejowego [10]

Jak widać model w poprawny sposób ujmuje zmianę rodzaju transportu w 6-tej godzinie zadania transportowego i uwzględnia wzrost gotowości całego systemu wynikający z lepszej niezawodności transportu wodnego. Oczywiście wiarygodność uzyskanego oszacowania gotowości systemu transportu łamanego zależy od omawianej wiarygodności danych wejściowych.

Literatura

- [1] Alam M., Al-Saggaf U.M. Quantitative reliability evaluation of repairable phased-mission systems using Markov approach. *IEEE Transactions Reliability* 1986; 35: 498-503.
- [2] Aupperle B.E., et al. Evaluation of fault-tolerant systems with non-homogeneous workloads. 19th IEEE Int. Fault Tolerant Computing Symp 1989.
- [3] Birolini A. *Reliability Engineering. Theory and Practice*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1999.
- [4] Bondavalli A., Chiaradonna S., Di Giandomenico F., Mura I. Dependability Modeling and Evaluation of Multiple-Phased Systems Using DEEM. *IEEE Transactions on Reliability* 2004; 53: 4.
- [5] Dugan J.B. Automated Analysis of Phased-Mission Reliability. *IEEE Transactions on Reliability* 1991; 40: 1.
- [6] Dugan J.B., Veeraraghavan M., Boyd M., Mittal N. Bounded approximate reliability models for fault tolerant distributed systems. *Proc. 8th Symp. Reliable Distributed Systems* 1989.
- [7] Esary J.D., Ziehms H. Reliability analysis of phased missions. *Reliability and Fault Tree Analysis*. Philadelphia: SIAM; 1975.
- [8] Hoła B. Methodology of estimation of accident situation in building industry. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2009; 9; 1.
- [9] Kobyliński L. System and risk approach to ship safety, with special emphasis on stability. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2007; 7; 4.
- [10] Kulczyk J., Nowakowski T., Restel F. Reliability analysis of combined coal transport system in Odra river corridor. *Proceedings of ESREL'2011 (w przygotowaniu)*.
- [11] Nowakowski T. *Niezawodność systemów logistycznych*. Wrocław University of Technology Publishing House 2011.
- [12] Nowakowski T. Reliability model of combined transportation system. Probabilistic safety assessment and management. *PSAM7-ESREL 2004*. London [etc.] : Springer.
- [13] Nowakowski T. Zając M. Analysis of reliability model of combined transportation system. *Advances in safety and reliability. Proceedings of the European Safety and Reliability Conference 2005*. Leiden : A.A.Balkema.
- [14] Smotherman M., Zemoudeh K. A nonhomogeneous Markov model for phased-mission reliability analysis. *IEEE Transactions Reliability* 1989; 38: 585-590.
- [15] Xing L., Dugan J.B. Analysis of generalized phased mission system reliability, performance and sensitivity. *IEEE Transactions Reliability* 2002; 51: 199-211.
- [16] Zając M. Model niezawodności systemu transportu intermodalnego. *Raporty Inst. Konstr. Eksp. Masz. PWroc. 2007, Ser. Matrices 3*. Doctoral dissertation.