

## INTERPRETACJA POZNAWCZA METODY MONTE CARLO W ZASTOSOWANIACH TECHNICZNYCH

### THE COGNITIVE INTERPRETATION OF THE MONTE CARLO METHOD FOR THE TECHNICAL APPLICATIONS

*W pracy przedstawiono poglądy na temat poznawczej interpretacji metody Monte Carlo. We wstępie zamieszczono informacje na temat zastosowania doświadczeń przypadkowych do poznania rzeczywistości od Starożytności do czasów współczesnych. Główna teza pracy dotyczy zastosowania metody Monte Carlo do poznawania przyczynowych i przypadkowych właściwości doświadczanej rzeczywistości. Przedstawiono przykład wykorzystania metody Monte Carlo w symulacji testu dynamicznego do badania silników spalinowych testem statycznym.*

**Słowa kluczowe:** Metoda Monte Carlo, silniki spalinowe, testy silników spalinowych.

*The paper presents views on the cognitive interpretation of the Monte Carlo method. The introduction contains information on the application of a random occurrences to get to know the reality, starting from antiquity till the present day. The main argument of the paper concerns the use of the Monte Carlo method to learn the causal and random properties of the reality being experienced. The examples have been presented of the use of the Monte Carlo method in the dynamic test simulation to examine internal combustion engines with the static test.*

**Keywords:** Monte Carlo Method, internal combustion engines, internal combustion engine tests.

#### 1. Wstęp

Określenie „metoda Monte Carlo” zostało użyte w historycznej publikacji Nicolasa Metropolisa i Stanisława Ulama pt. „The Monte Carlo Method”, zamieszczonej w renomowanym piśmie „Journal of the American Statistical Association” we wrześniu 1949 r. [18]. Wyniki przedstawiane w tej pracy były efektem teoretycznych rozważań, związanych z zastosowaniem generowanych liczb pseudoprzypadkowych do symulacji rozpraszania i absorpcji neutronów w ramach prowadzonego na początku lat czterdziestych ubiegłego stulecia programu Manhattan, którego celem było opracowanie pierwszej na świecie bomby jądrowej.

Zastosowanie zjawisk przypadkowych do celów poznawczych było znane i stosowane od dawna, choć brak było sformalizowanych teoretycznych podstaw takich metod. Pierwszych zastosowań zjawisk przypadkowych do celów poznawczych można się doszukiwać w doświadczeniach irracjonalnych. Przykłady takich działań są odwiecznie w mistyce [11]. We wróżbach, a szczególnie w funkcjonowaniu wyroczni, można dostrzec nawet jakiejś formalizacji działań, ukierunkowanej na osiągnięcie oczekiwanej skuteczności.

Historycznie jest znane zastosowanie zjawisk przypadkowych do obliczeń. Jest to datowana na 1777 r. tzw. igła Buffona [15] – metoda całkowania, polegająca na rzucaniu igły na płaszczyznę pokrytą równoległymi liniami prostymi. Metoda ta została opracowana przez Georges–Louisa Leclerca – hrabiego de Buffon (1707 – 1788). Z kolei Pierre–Simon de Laplace (1749 – 1827) zastosował metodą Buffona do wyznaczenia wartości liczby  $\pi$ .

William Thomson – lord Kelvin (1824 – 1907) używał próbkowania przypadkowego, polegającego na wyciąganiu ponumerowanych kartek z urny, do obliczania całek w pracach nad kinetyczną teorią gazów [25].

#### 1. Introduction

The definition of the „Monte Carlo method” was used in the historic paper of Nicolas Metropolis and Stanisław Ulam entitled „The Monte Carlo Method”, published in the „Journal of the American Statistical Association” magazine in September 1949 [18]. The results presented there were the effect of the theoretical deliberations, linked with the use of generated pseudo–random (casual) figures to simulate dispersion and absorption of neutrons as part of the Manhattan program conducted at the beginning of the Forties of the last century, whose aim was to develop first in the world nuclear bomb.

The use of casual phenomena for the cognitive purposes had been known and applied long before, although there was no formalised theoretical footing for such methods. First application of the casual phenomena for the cognitive reasons can be found in the irrational experiences. The examples of such activities are ever–present in the mysticism [11]. Predictions and particularly functioning of the oracles can show some formalisation of the activities focused on obtaining expected effectiveness.

Historically the use of casual phenomena for calculations is well known. It is an integration method that dates back to 1777 and is known as so called Buffon needle [15], that relied on throwing a needle on the surface covered with parallel straight lines. This method was developed by Georges–Louis Leclerc – the count of Buffon (1707 – 1788). Where as Pierre–Simon de Laplace (1749 – 1827) used the Buffon method to establish the value of the number  $\pi$ .

William Thomson – lord Kelvin (1824 – 1907) used casual sampling, that relied on drawing numbered pieces of paper from the urn, to calculate the integrals while working on the kinetic gas theory [25].

William Sealy Gosset, ps. Student (1876 – 1937) stosował próbkowanie przypadkowe w pracach nad rozkładem współczynnika korelacji oraz w odkryciu rozkładu  $t$ -Studenta [23, 24].

Historyczne prace nad symulacją dyfuzji i przemieszczania się neutronów w reaktorach jądrowych prowadził Enrico Fermi (1901 – 1894) z wykorzystaniem numerycznego próbkowania przypadkowego. Enrico Fermi stworzył do tego celu specjalne urządzenie, nazwane od jego nazwiska fermiakem.

Enrico Fermi brał udział również w programie Manhattan, prowadzonym na początku lat czterdziestych XX w. w Los Alamos w celu opracowania bomby jądrowej (działającej na zasadzie rozszczepiania jąder atomów ciężkich pierwiastków). Czołowymi postaciami w realizacji programu Manhattan byli ówczesni najślynniejsi fizycy i matematycy, m.in. John (Johann) von Neuman – z pochodzenia Węgier, Stanisław Ulam – matematyk pochodzenia polskiego, przedstawiciel lwowskiej szkoły matematycznej (wraz m.in. ze Stefanem Banachem, Karolem Borsukiem i Hugonem Steinhausem) [26], amerykański fizyk Richard Feynman, George Gamow – uczonego pochodzenia rosyjskiego oraz Richard Oppenheimer. W ramach prac nad symulacją rozpraszania i absorpcji neutronów uczeni ci stosowali metody wykorzystujące próbkowanie przypadkowe. W pracach tych upatruje się źródła powstania metody Monte Carlo. Nazwa ta została użyta we wspomnianej publikacji przez dwóch członków zespołu badawczego: Metropolis i Ulama [18]. Stanisław Ulam wspominał również, że już znacznie wcześniej w czasie rekonwalescencji w szpitalu generował doświadczenia przypadkowe z wykorzystaniem stawiania pasjansa.

Od początku lat siedemdziesiątych XX w. następuje intensywny rozwój zastosowania metody Monte Carlo w związku z „lawinowym” zwiększaniem się mocy obliczeniowych komputerów coraz nowszych generacji. Jednocześnie intensywnie jest rozwijana formalistyka związana z zastosowaniem metody Monte Carlo [9, 19, 21]. Niezależnie od szybkiego rozwoju zastosowania metody Monte Carlo występuje cały czas stosunkowo znaczne ubóstwo intelektualne w teoriopoznawczym traktowaniu tej metody. Jako najważniejsze formalne problemy metody Monte Carlo są traktowane zagadnienia opracowywania i badania generatorów liczb pseudoprzypadkowych, w tym szczególnie niezależność zmiennych przypadkowych oraz zbieżność ciągów wielkości przypadkowych. Jednocześnie, zgodnie z modami w nauce, wprowadzonymi w świecie cywilizacji konsumpcyjnej w drugiej połowie XX w., nastąpiła intensyfikacja nazewnictwa szczególnych zastosowań doświadczeń pseudoprzypadkowych, odwołującego się komercyjnym zwyczajem do świata, niekiedy natury, a niekiedy cywilizacji [3, 10, 14, 22, 27]. Przykładowo metodą Monte Carlo nie nazywano wszystkich metod z zastosowaniem generowania liczb pseudoprzypadkowych do rozwiązywania badanych problemów, tylko te metody, które kończą się w ustalonym czasie, ale mogą z pewnym prawdopodobieństwem dać wynik tylko z pewną dokładnością, np. szukanie ścieżki łączącej dwa punkty w labiryncie przy przypadkowym wyborze kierunku poruszania się [9, 19, 21]. Natomiast metodę, która umożliwiała zawsze uzyskanie poprawnego rozwiązania, ale w czasie realizacji algorytmu, zależnym m.in. od układu danych (np. algorytmy przyrostowe z przypadkowo uporządkowanymi danymi) nazwano metodą Las Vegas, odwołując się do analogii do północnoamerykańskiej stolicy hazardu [3, 22]. Z kolei algorytmy przeszukujące przestrzeń alternatywnych rozwiązań

William Sealy Gosset, alias Student (1876 – 1937) used casual sampling working on the co-relation coefficient distribution and in the discovery of the Student's  $t$ -distribution a [23, 24].

Historic work on the diffusion simulation and neutron shifting in the nuclear reactors were led by Enrico Fermi (1901 – 1894) using numerical casual sampling. To this end, Enrico Fermi created special device, called a „fermiac” after his name.

Enrico Fermi also took part in the Manhattan program, at early forties of the XX century in Los Alamos to develop a nuclear bomb (relying on splitting of nuclei of heavy atoms). The leading figures in the Manhattan project were then most famous physicists and mathematicians such as, John (Johann) von Neuman – Hungarian by birth, Stanisław Ulam – mathematician of the Polish extraction, the representative of the Lvov mathematic school (together with Stefan Banach, Karol Borsuk and Hugo Steinhaus) [26], American physicist Richard Feynman, George Gamow – scientist of the Russian extraction and Richard Oppenheimer. Working on the neutrons dispersion and absorption, they used methods utilising casual sampling. Their work is seen as a source of the Monte Carlo method development. This name was used in the aforementioned paper by two members of the research team: Metropolis and Ulam [18]. Stanisław Ulam also mentioned, that much earlier during the convalescing period in hospital he already generated casual occurrences while playing solitaire.

Since the beginning of the Seventies XX century, an intensive development of the use of Monte Carlo method has taken place due to a massive increase of the new generations computers' processing power. At the same time, the formalism linked with the Monte Carlo method application has been intensively developed [9, 19, 21]. Irrespectively of a quickly wide spreading use of the Monte Carlo method, there has still been a relatively vast intellectual gap developing in the theory-studying approach to this method. The most important formal problems of the Monte Carlo method are the matters of creating and testing generators of the pseudo-random (casual) figures, particularly independence of the random variables and convergence of the sequence of the random figures. At the same time, in line with new fashions in science introduced in the world of consumer civilisation in the second half of the XX century, there was an intensification of a nomenclature of particular applications of pseudo-random occurrences, referring commercially, sometimes to the world of nature, some other of civilisation [3, 10, 14, 22, 27]. However not all the methods using generating pseudo-random figures to solve problems being investigated were called Monte Carlo method. Only those methods, which end in the set time, but are capable of providing the result with a certain probability and accuracy. For example, tracing a path between two points in a labyrinth with a random choice of the direction of the movement [9, 19, 21]. Whereas method, which always ensures obtaining a correct solution, but while performing an algorithm, dependent, among the others, on the data configuration (e.g. incremental algorithms with a data randomly arranged) was called Las Vegas method, finding an analogy with a North American hazard capital [3, 22]. In turn, the algorithms searching through the area of an alternative solutions to a problem, in order to find the best one, according to the criterion assumed and with the use of random choice of an initial point (so called initial population) and random course of the state changes (so called population mutation) were called

problemu w celu wyszukania rozwiązań najlepszych zgodnie z przyjętym kryterium z zastosowaniem przypadkowego wyboru stanu początkowego (tzw. początkowej populacji) i przypadkowym przebiegiem zmian stanu (tzw. mutacji populacji) nazwano algorytmami ewolucyjnymi lub genetycznymi [8, 10, 14], wykorzystując analogię do teorii doboru naturalnego Karola Darwina.

W odróżnieniu od rozwoju formalizmów, związanych z zastosowaniem doświadczeń przypadkowych lub pseudoprzypadkowych, istota metody Monte Carlo polega na wykorzystaniu generatorów liczb przypadkowych lub pseudoprzypadkowych nie tylko w metodach numerycznych, ale przede wszystkim na tworzeniu intelektualnej przypadkowej lub pseudoprzypadkowej rzeczywistości, której badania umożliwiają poznanie przyczynowych i przypadkowych właściwości doświadczanej rzeczywistości. To stwierdzenie jest w istocie tezą niniejszych rozważań.

## 2. Interpretacja metody Monte Carlo

Ponieważ w metodzie Monte Carlo wykorzystuje się zjawiska przypadkowe, istotnym problemem jest kwalifikacja procesów do kategorii procesów: przypadkowych i przyczynowych. Procesy przypadkowe są inaczej nazywane: stochastycznymi, statystycznymi, czy losowymi. Autor niniejszej pracy świadomie przeciwstawia pojęcia losu i przypadku, odwołując się do tradycji, pochodzącej z mitologii greckiej, z której w naszych systemach cywilizacyjnych – przynajmniej jeszcze na razie, kiedy demon konsumpcji nie zdołał jeszcze całkowicie zapanować nad emocjami i rozsądkiem społeczeństw – czerpiemy bogactwo wartości. W mitologii greckiej występuje pojęcie pierwotne moiry, oznaczające przeznaczenie i los człowieka oraz ogólne, nieublagalne prawa świata. Zgodnie z tradycją personifikacji pojęć pierwotnych w mitologii greckiej występują trzy boginie przeznaczenia, Moiry – córki Zeusa i Temity, bogini sprawiedliwości i praw (córki najbardziej pierwotnych bóstw greckich: Uranosa i Gai). Pierwsza z Mojr - Kloto przydzielała los i przędła nić ludzkiego żywota. Druga Moira – Lachesis przydzielała los i strzegła nici żywota. Natomiast ostatnia z siostr – Atropos wyznaczała kres życia każdego z ludzi: kiedy nadchodził ich czas, przecinała nić swoimi nożycami.

A zatem los jest zdeterminowany, nieuchronny. Losowi są poddani nawet bogowie olimpijscy, natomiast to przypadek chodzi po ludziach! Dlatego postuluje się, że przeciwieństwem przyczynowości jest przypadek, a nie nieuchronny zdeterminowany los.

Kluczowym pojęciem w zagadnieniu przyczynowości jest związek przyczynowo–skutkowy, rozumiany zazwyczaj intuicyjnie. Jest sprawą oczywistą, że zjawiska podlegające związkowi przyczynowo–skutkowemu będziemy klasyfikować do kategorii przyczynowych, a te zjawiska, które które związkowi przyczynowo–skutkowemu nie podlegają – do kategorii przypadkowych.

Czołowy przedstawiciel brytyjskiego empiryzmu Dawid Hume (1711 – 1776) zwrócił uwagę, że pojęcie przyczynowości powstaje w wyobraźni ludzkiej na skutek przyzwyczajania wywołanego nagromadzeniem doświadczenia [12]. Skoro bowiem obserwuje się, że po jednym zjawisku zachodzi drugie, to może to prowadzić do wniosku, iż pierwsze jest przyczyną drugiego. W ten sposób wiążemy zatem dwa następujące po sobie zjawiska związkiem przyczynowo–skutkowym. Formalnie problem

ewolucji lub algorytmów [8, 10, 14], making an analogy to Karol Darwin's theory of natural selection

Unlike the development of formalisms, linked to the use of random occurrences or pseudo–random ones, the essence of the Monte Carlo method is the use of the random or pseudo–random figures generators, not only in the numerical methods, but first of all in creating random or pseudo–random intellectual reality, the investigation of which enables to get to know causal and random properties of the reality being experienced. This statement is in fact the theses of these divagations.

## 2. Interpretation of the Monte Carlo method

Because the Monte Carlo method uses casual occurrences, the essential problem is actual qualifying of the process to appropriate categories: casual (random) and causal. Random processes are otherwise called stochastic, or statistical. The author of this paper intentionally confronts definitions of fate and chance, referring to tradition, stemming from Greek mythology, the well of richness of qualities to us in our civilisation systems, at least for the moment while the demon of consumption has not yet managed to entirely take over the emotions and reason of the societies. There is primeval term of Moira meaning destiny and human fate as well as general, inexorable rules of the universe. According to a tradition of personification of primeval terms, there are three goddesses of fate, Moiras, in the Greek mythology – the daughters of Zeus and Temida (goddess of justice and laws – the daughters of most primeval of Greek gods: Uranus and Gaia). First of the Moiras – Cloto decided fate and spun the thread of the human life. The second Moira – Lachesis decided fate and guarded the thread of the human life. Whilst the third one – Atropos determined the end of each man's life: when their time came she would cut the thread with the scissors.

Thus the fate is determined, inevitable. Fate also governs the life of Olympic gods, while the chance is left to people! This is why it is suggested that the opposite of the causality is chance and not an inevitable determined fate.

The key term in the matter of causality is cause – effect relationship, understood usually intuitionally. It is obvious; that phenomena subject to cause – effect relationship will be classified to the causal categories, while those phenomena which are not subject to cause – effect relationship – to the random categories.

Leading representative of the British empiricism David Hume (1711 – 1776) drew attention to the fact that the term causality gets created in the human imagination as a result of being accustomed to something from the experiences gathered [12]. Because, since it is being observed that one event is followed by another, it can lead to conclusions that the first one is a cause of the other. Thus we link two consecutive events with a cause – effect relationship. Formally the problem of a cause – effect relationship was approached by most eminent representative of the German criticism– Immanuel Kant (1724 – 1804). According to his teachings, the causality belongs to the terms,

związku przyczynowo–skutkowego potraktował najwybitniejszy przedstawiciel niemieckiego krytycyzmu Immanuel Kant (1724 – 1804). Zgodnie z nauką Kanta przyczynowość należy do pojęć, które są apriorycznymi formami intelektualnego poznania. Pojęcia wywodzą się zatem z czystego intelektu, który stosuje je do form poznania zmysłowego [13].

W istocie związek przyczynowo–skutkowy jest wynikiem poznania na podstawie indukcji niezupełnej w wyniku doświadczenia zmysłowego, zatem może być tylko praktycznym postulatem. W związku z tym, jeśli związek przyczynowo–skutkowy może być tylko praktycznym postulatem, to o pojęciach przyczynowości i przypadkowości decydują nie właściwości przedmiotu poznania, tylko sposób traktowania tego przedmiotu przez podmiot poznania! Przyczynowość lub przypadkowość nie są zatem atrybutami przedmiotu poznania, to podmiot poznania kreuje tę podstawową właściwość przedmiotu poznania. Na tym polega potęga intelektu, mogącego tworzyć myślną rzeczywistość, której badania umożliwiają poznanie doświadczonej, zarówno zmysłowo, jak i intelektualnie, rzeczywistości.

### 3. Przykład zastosowań metody Monte Carlo

Zastosowanie metody Monte Carlo zostało przedstawione na przykładzie, związanym z badaniami silników spalinowych ze względu na stany ich pracy w warunkach rzeczywistego użytkowania [4–6, 16].

Przykład dotyczy symulacji testu dynamicznego HDDTT (Heavy Duty Diesel Transient Test – test dynamiczny do badania silników o zapłonie samoczynnym do samochodów ciężarowych i autobusów), opracowanego w US EPA (Environment Protection Agency – Agencja Ochrony Środowiska w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej) [4]. Test ten jest stosowany w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej do oceny emisji zanieczyszczeń od 1985 r. Na rysunku 1 przedstawiono schemat testu HDDTT – przebiegi w dziedzinie czasu –  $t$  względnej prędkości obrotowej –  $n_w$  i względnego momentu obrotowego –  $M_{ew}$ .

Względna prędkość obrotowa jest definiowana jako [16]

$$n_w = \frac{n - n_{bj}}{n_N - n_{bj}} \quad (1)$$

gdzie:  $n$  – prędkość obrotowa,  $n_{bj}$  – minimalna prędkość obrotowa biegu jałowego,  $n_N$  – znamionowa prędkość obrotowa.

Względny moment obrotowy dla prędkości obrotowej  $n$  wynosi:

$$M_{ew} = \frac{M_e(n)}{M_{ec}(n)} \quad (2)$$

gdzie:  $M_e(n)$  – moment obrotowy dla prędkości obrotowej  $n$ ,  $M_{ec}(n)$  – moment obrotowy na zewnętrznej charakterystyce prędkościowej dla prędkości obrotowej  $n$ .

Stacyczne stany pracy silnika, odpowiadające stanom w warunkach dynamicznych w teście HDDTT bez uwzględnienia punktów o ujemnym momencie obrotowym (hamowanie silnikiem), przedstawiono we współrzędnych charakterystyki prędkościowej silnika na rysunku 2. Na wykresie zaznaczono również punkt o współrzędnych średnich wartości względnej prędkości obrotowej i względnego momentu obrotowego bez

które są a priori formami intelektualnego poznania. The notions then come from pure intellect, which applies them to the forms of sensory cognition [13].

Indeed the cause – effect relationship is a result of cognition based upon the incomplete induction caused by sensory experience, thus can only be a practical postulate. Therefore, if the cause – effect relationship can only be a practical postulate, then notions of causality and chance are determined not by the properties of the object of investigation, but the method of treating this object by the subject of cognition. Causality or chance are not then attributives of the object of cognition, but it is the subject of cognition forms this essential property of the object of the cognition. This is power of the intellect, able to create mental reality, whose investigations enable to get to know the reality experienced both by senses and intellectually.

### 3. Example of Monte Carlo method application

Application of Monte Carlo method has been presented using an example of testing internal combustion engines on the account of working states and in the real operating conditions [4–6, 16].

The example concerns simulation of the dynamic test HDDTT (Heavy Duty Diesel Transient Test – dynamic test for testing self ignition engines powering lorries and buses), developed in the US EPA (Environment Protection Agency – in the United States) [4]. This test is used in the United States to evaluate pollutants emission since 1985. Figure 1 shows graphs of the HDDTT test – as a function of time –  $t$ , relative engine speed –  $n_w$  and relative engine torque –  $M_{ew}$ .

Relative engine speed is defined as [16]

$$n_w = \frac{n - n_{bj}}{n_N - n_{bj}} \quad (1)$$

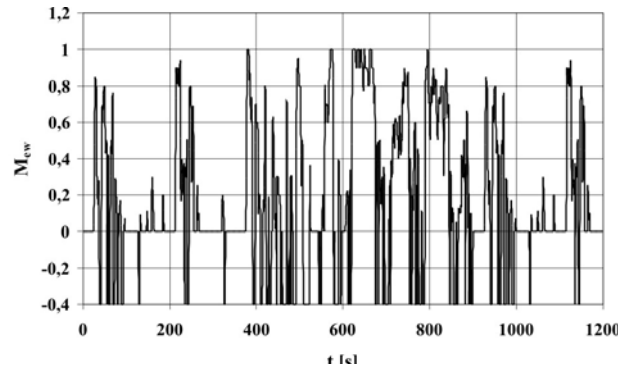
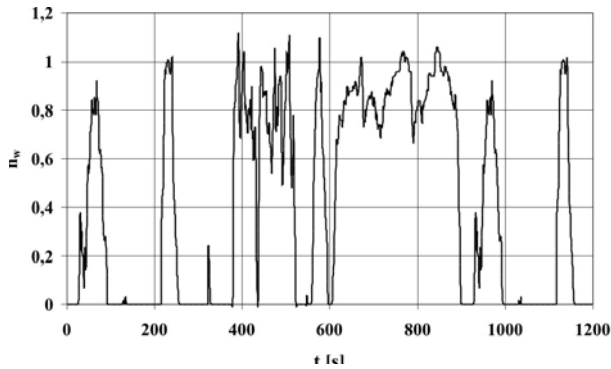
where:  $n$  – engine speed,  $n_{bj}$  – minimal idling engine speed,  $n_N$  – nominal engine speed.

Relative engine torque for the engine speed  $n$  is:

$$M_{ew} = \frac{M_e(n)}{M_{ec}(n)} \quad (2)$$

where:  $M_e(n)$  – engine torque for the engine speed  $n$ ,  $M_{ec}(n)$  – engine torque on the external velocity characteristics for the engine speed  $n$ .

Static states of the engine operation, corresponding to the states in the dynamic conditions in the HDDTT test, without taking into account points of negative engine torque (engine braking), are presented in the coordinates of the engine velocity characteristics on the Figure 2. The graph also shows the point of average coordinate values for the relative engine speed and relative engine torque, without ta-



Rys. 1. Schemat testu HDDTT

Fig 1. The HDDTT test graph

uwzględnienia punktów o ujemnym momencie obrotowym –  $AV[n_w]$ ,  $AV[M_{ew}]$ <sup>1</sup>.

Ze względów praktycznych jest celowa możliwość symulacji testu dynamicznego badaniami w warunkach statycznych, odpowiadających w przyjętym sensie stanom w teście dynamicznym. Jest to uzasadnione względami przede wszystkim instrumentalnymi: znacznie łatwiej jest wykonywać badania w warunkach statycznych niż w dynamicznych.

Rozpatrzmy zadanie symulacji stanów statycznych odpowiadających stanom w teście HDDTT jedenastofazowym testem statycznym [4] – rysunek 3 z zaznaczonymi numerami faz, wywodzonym z trzynastofazowego testu statycznego zgodnego z regulaminem nr 49 EKG ONZ (Europejskiej Komisji Gospodarczej Organizacji Narodów Zjednoczonych) [4].

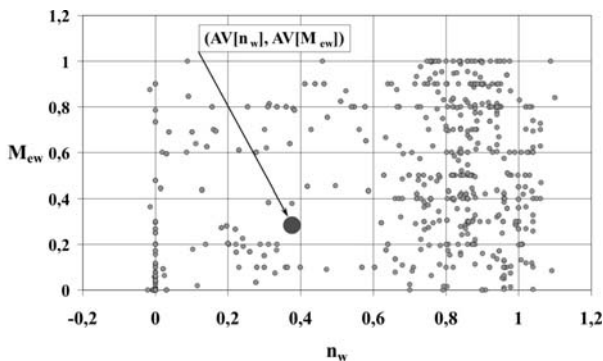
Jako kryterium aproksymacji zbioru statycznych stanów pracy silnika w warunkach testu dynamicznego HDDTT bez uwzględnienia stanów o ujemnym momencie obrotowym zbiorem faz testu uniwersalnego ze współczynnikami wagowymi poszczególnych faz można przyjąć dowolną metrykę [1], uzasadnioną względami merytorycznymi. Metryką jest każdy funkcjonal, który spełnia trzy warunki [2]: tożsamości, syme-

king into account points of negative engine torque –  $AV[n_w]$ ,  $AV[M_{ew}]$ <sup>1</sup>.

For practical reasons it is purposeful to be able to simulate the dynamic test with the test in static conditions, corresponding, in an accepted sense, to the states in the dynamic test. This is justified for the mainly instrumental reasons: it is much easier to conduct tests in static conditions than dynamic ones.

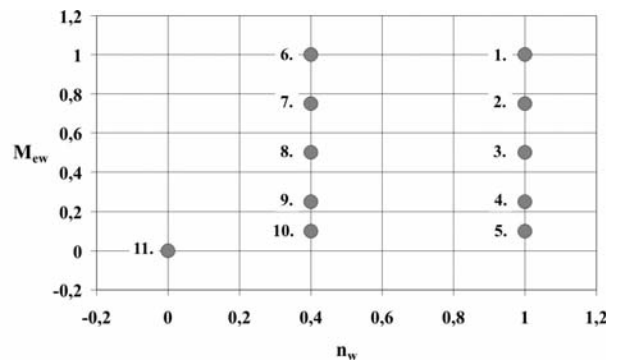
Lets examine the task to simulate static states corresponding to the states in the HDDTT test, using the 11-phase static test [4] – Figure 3 with numbers of phases marked, derived from 13-phase static test conforming to the Regulation nr 49 UN– ECE (United Nations European Commission for Economic) [4].

As a criterion of approximation of the group of the engine operation static states under the HDDTT dynamic test conditions, without taking into account states of negative engine torque, using the set of phases of the universal test with a weight coefficients of the individual phases, one can accept any metrics [1], justified by factual accounts. Every functional that complies with three conditions [2]: identity, symmetry and trian-



Rys. 2. Zbiór statycznych stanów pracy silnika w warunkach testu dynamicznego HDDTT bez uwzględnienia stanów o ujemnym momencie obrotowym

Fig. 2. Set of static states of the engine operation under the HDDTT dynamic test conditions without taking into account states of negative engine torque



Rys. 3. Schemat uniwersalnego testu jedenastofazowego

Fig. 3. Graph of the universal 11-phase test

<sup>1</sup> Argumenty operatora (zależności operatorowej, funkcji abstrakcyjnej) są umieszczane w nawiasach kwadratowych, w odróżnieniu od argumentów funkcji umieszczanych w nawiasach okrągłych. Operator średniej arytmetycznej jest funkcjonalem, a zatem funkcją abstrakcyjną [2].

<sup>1</sup> Operators arguments (operator relationship arguments, abstract function arguments) are placed in the square brackets, unlike the arguments of a function placed in round brackets. Operator of the arithmetic average is a functional and at the same time abstract function [2].

trii i trójkąta. Jako metryki można zatem przyjąć uzasadnione względami merytorycznymi warunki:

- AV: kwadratu odległości punktów o współrzędnych średnich wartości względnego momentu obrotowego i względnej prędkości obrotowej dla testów: dynamicznego HDDTT:  $M_{ew\ HDDTT}$  i  $n_{w\ HDDTT}$  oraz testu sumującego test dynamiczny z uwzględnieniem współczynników wagowych  $u_i$  (gdzie  $i = 1, \dots, 11$ ) poszczególnych faz  $M_{ew\ s}$  i  $n_{w\ s}$ ; kryterium to odpowiada kwadratowi odległości „środków ciężkości” punktów obydwu testów:

$$\rho_1 = (n_{w\ HDDTT} - n_{w\ s})^2 + (M_{ew\ HDDTT} - M_{ew\ s})^2 \quad (3)$$

- AV2: sumy kwadratów różnic kwadratów współrzędnych średnich wartości względnego momentu obrotowego i względnej prędkości obrotowej dla testów: dynamicznego HDDTT:  $M_{ew\ HDDTT}$  i  $n_{w\ HDDTT}$  oraz testu sumującego test dynamiczny z uwzględnieniem współczynników wagowych  $u_i$  poszczególnych faz  $M_{ew\ s}$  i  $n_{w\ s}$ ; kryterium to odpowiada różnicy „momentów bezwładności” punktów obydwu testów:

$$\rho_2 = (n_{w\ HDDTT}^2 - n_{w\ s}^2)^2 + (M_{ew\ HDDTT}^2 - M_{ew\ s}^2)^2 \quad (4)$$

- sumy metryk AV i AV2:

$$\rho_3 = \rho_1 + \rho_2 \quad (5)$$

Kryterium jakości aproksymacji w rozpatrywanym zadaniu jest minimum metryki [1] przy spełnieniu warunków wynikających z sensu postawionego problemu. Są to warunki narzucone na rozwiązanie zadania aproksymacji, którym są współczynniki wagowe  $u_i$  poszczególnych faz testu:

- warunek nieujemności rozwiązań:

$$u_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, \quad (6)$$

- warunek sumy rozwiązań równej 1:

$$\sum_{i=1}^{11} u_i = 1 \quad (7)$$

Zadanie aproksymacji zostało zatem sprowadzone do poszukiwania minimum metryk, będących funkcjami jednego zmiennych  $u_i$ , względem tych zmiennych przy ograniczeniach nałożonych na dopuszczalne rozwiązania. Znalezienie minimum takich funkcji przy tak silnych ograniczeniach jest praktycznie niewykonalne z zastosowaniem regularnych metod numerycznych [7, 20, 28]. Do znajdowania minimów lokalnych metryk (ściśle mówiąc: do znajdowania wartości lokalnie najmniejszych, gdyż metodami numerycznymi w istocie nie wyznacza się ekstremów, tylko wartości największe i najmniejsze) zastosowano metodę Monte Carlo. Zastosowany algorytm zawiera kroki, przedstawione schematycznie na rysunku 4.

W wyniku realizacji algorytmu istnieje możliwość wyznaczenia najmniejszej wartości metryki ze spełnieniem warunków ograniczeń. Uzyskana wartość jest zależna od:

- współrzędnych punktu początkowego  $u_i$ ,
- punktu początkowego w procedurze generatora liczb pseudoprzypadkowych.

Otrzymane rozwiązanie jest traktowane jako minimum lokalne. Przykład wartości metryk względem metryki w punkcie początkowym  $\Delta$  w poszczególnych pozytywnie zaliczo-

gle, is a metrics. The conditions justified by factual accounts can be regarded as metrics:

- AV: square of the distance between points of the coordinates of relative engine torque average values and relative engine speed, for the tests: dynamic HDDTT:  $M_{ew\ HDDTT}$  and  $n_{w\ HDDTT}$  as well as test simulating the dynamic test, taking into account weight coefficients  $u_i$  (where  $i = 1, \dots, 11$ ) of each individual phase  $M_{ew\ s}$  and  $n_{w\ s}$ ; this criterion corresponds to the square of the distance between “the centres of gravity” of the points from both tests

$$\rho_1 = (n_{w\ HDDTT} - n_{w\ s})^2 + (M_{ew\ HDDTT} - M_{ew\ s})^2 \quad (3)$$

- AV2: the sum of the squares of the difference of the squares of the coordinates of relative engine torque average values and relative engine speed, for the tests: dynamic HDDTT:  $M_{ew\ HDDTT}$  and  $n_{w\ HDDTT}$  as well as test simulating the dynamic test, taking into account weight coefficients  $u_i$  (where  $i = 1, \dots, 11$ ) of each individual phase  $M_{ew\ s}$  and  $n_{w\ s}$ ; this criterion corresponds to the difference of „the moments of inertia” of the points from both tests:

$$\rho_2 = (n_{w\ HDDTT}^2 - n_{w\ s}^2)^2 + (M_{ew\ HDDTT}^2 - M_{ew\ s}^2)^2 \quad (4)$$

- the sum of metrics AV and AV2:

$$\rho_3 = \rho_1 + \rho_2 \quad (5)$$

The criterion quality approximation, in the task under consideration, is the minimum metrics [1] while meeting conditions derived from a sense of a basic problem. These are conditions imposed on solving the task of approximation, which are weight coefficients  $u_i$  of each individual phase:

- condition of no-negative solutions:

$$u_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, \quad (6)$$

- condition of the sum of solutions equal 1:

$$\sum_{i=1}^{11} u_i = 1 \quad (7)$$

The approximation task has been brought down then to looking for the minima of metrics, being the function of the eleven variables  $u_i$ , with respect to those variables and with limitations superimposed on the admissible solutions. Finding the minima of such functions with such strong border limitations is practically impossible using regular numerical methods [7, 20, 28]. To find minima of the local metrics (to be precise: to find values locally smallest, as numerical methods are in fact used to determine extremes but values highest and smallest) Monte Carlo method was used. The algorithm used contains steps, presented schematically on the Figure 4.

As a result of performing the algorithm there is a possibility to establish smallest value of the metrics, while meeting conditions of the limitations. The value obtained is dependent on:

- co-ordinates of the initial point  $u_i$ ,
- initial point in the procedure of the pseudocasual figures generator.

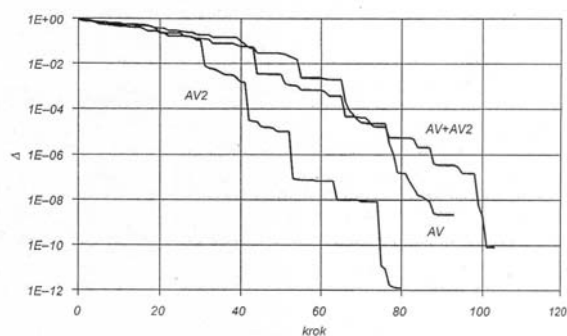
The outcome obtained is treated as a local minimum. The example of metricses with respect to the metrics in the initial point  $\Delta$  in each individually accepted steps, ensuring decreasing the value of the metrics, is shown on the Figure 5.

nych krokach, zapewniających zmniejszanie wartości metryki, przedstawiono na rysunku 5.

Jeśli przyjąć współrzędne punktu początkowego oraz punkt początkowy w procedurze generatora liczb pseudo-przypadkowych jako zmienne przypadkowe, to każda realizacja algorytmu wyznaczenia najmniejszej wartości metryki ze spełnieniem warunków ograniczeń może prowadzić w ogólności do innego wyniku. W wyniku całej serii przeprowadzonych doświadczeń pseudoprzypadkowych badacz na podstawie wiedzy, doświadczenia, a także intuicji, formułuje postulat, że najmniejsza wartość spośród znalezionych minimów lokalnych jest traktowana jako minimum globalne. Współrzędne tego minimum lokalnego stanowią rozwiązanie problemu. Szczególnie istotny jest w wielu numerycznych rozwiązywaniach problemów akt wyboru badacza. Akt ten nie ogranicza się tylko do wyboru parametrów zastosowanych procedur, np. wymaganej dokładności, ale – co najważniejsze – do interpretowania wyników, równoznacznego z kreowaniem nowej jakości wartości, jak w relacjonowanej sytuacji: kreowania minimum globalnego w wyniku wyboru spośród minimów lokalnych.

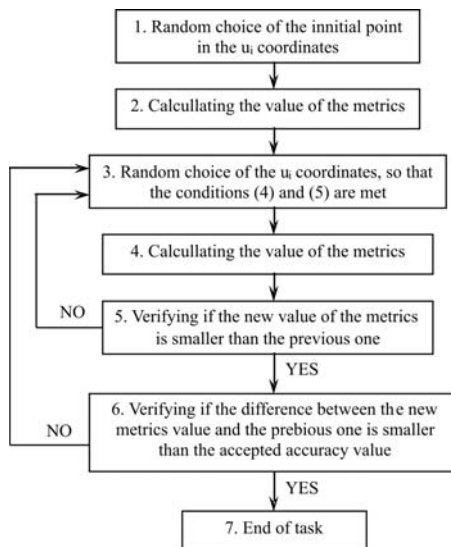
Na rysunkach 6 – 8 przedstawiono schematy jedenastofazowych testów statycznych, symulujących stany statyczne odpowiadające stanom w teście HDDTT bez uwzględnienia punktów o ujemnym momencie obrotowym. Pola powierzchni kół w poszczególnych fazach testów są proporcjonalne do wartości współczynników wagowych tych faz.

Oczywiście wyniki syntezy testu statycznego, symulującego test dynamiczny, są różne dla różnych metryk. Ewentualne wątpliwości, związane z takim stanem rzeczy, są całkowicie nieuzasadnione, a pytania o „prawdę” – bezprzedmiotowe, gdyż – jak słusznie sformułował swój historyczny sąd Karol Marks – kryterium prawdy jest praktyka [17]. Najistotniejsze prawidłowości w budowie wyznaczonych testów statycznych



Rys. 5. Przykład wartości metryk  $\Delta$  względem wartości metryki w punkcie początkowym w poszczególnych pozytywnie zaliczonych krokach, zapewniających zmniejszanie wartości metryki

Fig. 5. Example of the  $\Delta$  metrics value with regards value of the metrics in the initial point and individually positively accepted steps, ensuring decreasing the value of the metrics



Rys. 4. Schemat algorytmu wyznaczania metoda Monte Carlo najmniejszych wartości metryki ze spełnieniem warunków ograniczeń

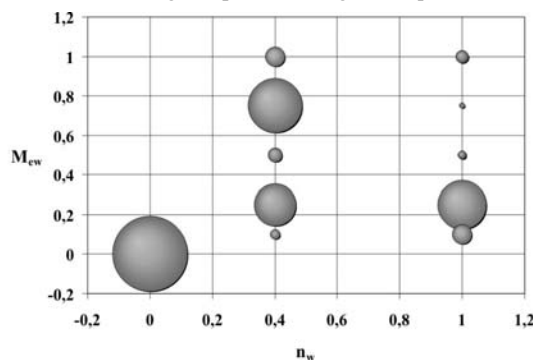
Fig. 4. Algorithm diagram of determining the smallest values of the metrics with meeting the conditions of the limitations, using the Monte Carlo method

If to take the coordinates of the initial point and the initial point in the pseudo-random figures generator procedure, as random variables, then each running of the algorithm for determining the smallest metrics value, while meeting the conditions of the limitations, can generally lead to different outcome. As a result of conducting a whole series of pseudo-random experiments, the scientist relying on the knowledge, experience as well as intuition, forms conclusion, that the smallest value out of local minima found is treated as a global minimum. The co-ordinates of this local minimum constitute the solution to the problem. Particularly important in many attempts to solve the numerical problems is the choice of the scientist. This is not only limited to the choice of parameters of the procedures used, e.g. the accuracy required, but also – what is most important – to interpretation of the results, synonymous with creating new quality of values, like in the situation commented: creating global minimum as a result of

selection from local minima.

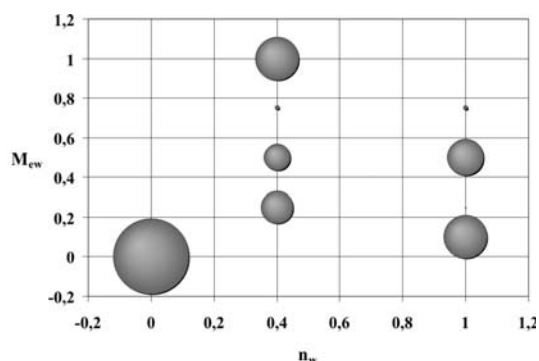
Figures 6 – 8 present diagrams of single-phase static tests, simulating static states corresponding to the states in the HDDTT test, without taking into account states of negative engine torque. Areas of the circles in each of the phases of the tests are proportional to the value of the weight coefficients of those phases.

Of course the results of the static test synthesis, simulating the dynamic test, are different for the different metrics. Possible doubts, concerning this are completely unjustified, and the question for the „truth” – groundless, because – as quite rightly Karl Marx formulated his historic judgement – practice is the criterion of truth [17]. The most essential regularities in building set static tests are maintained. They include significant share of the idling gear in the engine operation and a domination of the states of moderate engine speed and engine torque.



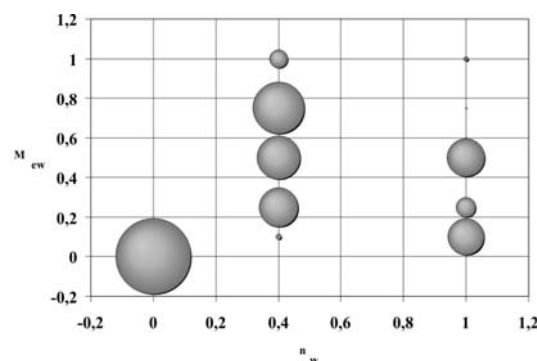
Rys. 6. Współczynniki wagowe faz testu statycznego odpowiadającego zgodnie z kryterium metryki  $p_1$  testowi HDDTT

Fig. 6. Weight coefficients of the static test phases corresponding, according to the metrics criterion  $p_1$ , to the HDDTT test



Rys. 7. Współczynniki wagowe faz testu statycznego odpowiadającego zgodnie z kryterium metryki  $\rho_2$  testowi HDDTT

Fig. 7. Weight coefficients of the static test phases corresponding, according to the metrics criterion  $\rho_2$  to the HDDTT test



Rys. 8. Współczynniki wagowe faz testu statycznego odpowiadającego zgodnie z kryterium metryki  $\rho_3$  testowi HDDTT

Fig. 8. Weight coefficients of the static test phases corresponding, according to the metrics criterion  $\rho_3$  to the HDDTT test

są zachowane. Zalicza się do nich znaczny udział w pracy silnika biegu jałowego oraz przewaga stanów o umiarkowanych prędkości obrotowej i momencie obrotowym.

Istnieje oczywiście wiele innych możliwości aproksymowania zbioru punktów, odpowiadających stanom dynamicznym, testami statycznymi, np. wykorzystanie jako kryterium aproksymacji zgodności gęstości dwuwymiarowego prawdopodobieństwa w dziedzinach względnej prędkości obrotowej i względnego momentu obrotowego dla obydwu zbiorów [16].

#### 4. Podsumowanie

Do wiedzy uzyskiwanej przez zastosowanie metod, których uzasadnienie bywało bardziej niepewne niż w wypadku systematycznie tworzonej nauki, w cywilizacji zawsze przywiązywano dużą wagę, bardzo często kierując się przy tym intuicją. Sprzyjało takim tendencjom zawsze nieuniknione ograniczenie poznania racjonalnego, czy to wynikało z możliwości instrumentalnych, czy też z ograniczeń teoriopoznawczych [13]. Szczególną rolę można było przypisywać w poznawaniu rzeczywistości metodom wykorzystującym zjawiska traktowane jako przypadkowe, jednak dopiero rozwój nauk związanych z procesami przypadkowymi, dał racjonalne podstawy do oceny metod i wyników badania tych procesów. Okazało się, że racjonalne traktowanie zjawisk, których natura – jako przypadkowych – jest z zasady irracjonalna, może być źródłem użytecznej wiedzy również o obiektywnie poznawanej rzeczywistości. Sformalizowane podejście do poznawania rzeczywistości – dzięki stworzonej przez ludzi przypadkowej rzeczywistości – znalazło swoje miejsce w nauce pod nazwą metody Monte Carlo, którą można kojarzyć nie tylko ze światową stolicą hazardu, ale i – co ważne – również elegancji, jak sama metoda Monte Carlo, a także odwiecznymi tęsknotami ludzi o potędzie, czy to materialnej, czy intelektualnej.

#### 5. References

1. Achiezer N. B.: Teoria aproksymacji. Warszawa: PWN, 1957.
2. Banach S.: Teoria operacji. Tom I. Operacje liniowe. Warszawa: Wydawnictwo Kasy im. Mianowskiego Instytutu Popierania Nauki, 1931.
3. Chen C.S., Golberg M.A.: Las Vegas method for diffusion equations. Computational Mechanics Publications, 1997: 299–308.
4. Chłopek Z.: Modelowanie procesów emisji spalin w warunkach eksploatacji trakeyjnej silników spalinowych. Prace Naukowe. Seria „Mechanika” z. 173. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1999.

There are of course many other possibilities of approximating the group of points, corresponding to the dynamic states in the static tests, e.g. using, as a approximation criterion, the conformity of the two dimensional probability in the matters of the relative engine speed and torque, for both groups [16].

#### 4. Summary

Great attention has always been attached in the civilisation to the knowledge obtained by using methods, whose justification was more uncertain than in the case of systematically formed science, often being guided by intuition. Such tendencies were always fuelled by an inevitable limiting of the rational cognition, either due to instrumental possibilities or limitations in theory–studying approach [13]. Particular role in learning the reality could be attributed to the methods using occurrences treated as random, but only a development of sciences associated with random processes, provided rational basis to evaluate methods and the results of examining these processes. It turned out that, rational treating of the occurrences, whose natures – as random – is essentially irrational, can be the source of useful knowledge about objectively learned reality. Formalised approach to learning the reality – thanks to the random reality created by people – found its place in science under the name of Monte Carlo method, which can be associated not only with a world’s hazard capital, but also – what is important – also with elegance, as the Monte Carlo method itself, and eternal longing of people for power, either material or intellectual.



5. Chłopek Z.: Metody badań ekologicznych właściwości silników spalinowych w warunkach przypadkowych. *Zeszyty Naukowe Instytutu Pojazdów Politechniki Warszawskiej* 3(34)/99: 27–34.
6. Chłopek Z., 2001: Metody badań właściwości silników spalinowych w warunkach przypadkowych modelujących użytkowanie. *Archiwum Motoryzacji* 4/2001: 187–210.
7. Demidowicz B. L., Maron I. A.: *Metody numeryczne*. Warszawa: PWN, 1965.
8. Eiben A. E., Smith J. E.: *Introduction to evolutionary computing*. New York: Springer Verlag, 2003.
9. Fishman G. S.: *Monte Carlo. Concepts, Algorithms and Applications*. New York: Springer Verlag, 1996.
10. Haupt R. L., Haupt S. E.: *Practical genetic algorithms*. New York: John Wiley & Sons, 1998.
11. Heidegger M.: *Fenomenologia życia religijnego*. Warszawa: Znak, 2002.
12. Hume D.: *Philosophical essays concerning human understanding*. London: A. Millar, 1748.
13. Kant I.: *Critic der reinen Vernunft*. Riga: Johann Friedrich Hartknoch, 1788.
14. Kosorukoff A.: Human based genetic algorithm. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC–2001: 3464–3469.
15. Leclerc G. F. – Comte de Buffon: *Encyclopedia of Life Sciences*. New York, Dublin: H. W. Wilson Company, 2001.
16. Marecka–Chłopek E., Chłopek Z., 2007: Pollutant emission problems from the combustion engines of other applications than motor cars. *Eksplatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability* 2007; 3: 81–85.
17. Marx K.: *Thesen über Feuerbach*. In Engels F: *Ludwig Feuerbach und der Ausgang der klassischen deutschen Philosophie*. Stuttgart: Verlag J. H. W. Deetz, 1888.
18. Metropolis N., Ulam S.: The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 44, No. 247 (Sep., 1949): 335–341.
19. Rabin M. O.: Probabilistic algorithms in finite fields. *SIAM Journal on Computing*. Vol. 9, No. 2, 1980: 273–280.
20. Ralston A.: *Wstęp do analizy numerycznej*. Warszawa: PWN, 1975.
21. Rubinstein R.Y.: *Simulation and the Monte Carlo Method*. Second Edition. J. New York: Wiley & Sons Inc., 2008.
22. Smetanin Y.: Las Vegas method of region-of-attraction enlargement in neural networks. *Proc. SPIE*. Vol. 2363, 1995: 77–81.
23. Student: Probable error of a correlation coefficient. *Biometrika* 6/1908: 302–310.
24. Student: The probable error of a mean. *Biometrika* 6/1908: 1–25.
25. Thomson W., Tate P. G.: *Treatise on natural philosophy: Part One*. Montana: Kessinger Publishing, Whitefish, 1912.
26. Ulam S.: *Wspomnienia z Kawiarni Szkockiej*. *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Seria II: Wiadomości Matematyczne*. Numer XII (1969): 49–58.
27. Williams E., Crossley W., Lang T.: Average and maximum revisit time trade studies for satellite constellations using a multiobjective genetic algorithm. *Journal of the Astronautical Sciences*. Vol. 49, No. 3, (July–September 2001): 385–400.
28. Zieliński R., Neuman R. P.,: *Stochastyczne metody poszukiwania minimum funkcji*. Warszawa: WNT, 1986.

---

**Prof. nzw. dr hab. inż. Zdzisław CHŁOPEK**

Instytut Transportu Samochodowego w Warszawie  
ul. Jagiellońska 80, 03–301 Warszawa  
e-mail: moriarty@o2.pl

---