

Jan BANASIAK
Jerzy BIENIEK
Jerzy DETYNA

STAN NAPRĘŻENIA I TARCIE WEWNĘTRZNE MATERIAŁU PRZESIEWANEGO JAKO DETERMINANTY SKUTECZNEGO PROCESU SEPARACJI SITOWEJ

THE STATE OF TENSION AND INTERNAL FRICTION OF MATERIAL BEING SIEVED AS THE DETERMINANTS OF FORCEFUL SIEVE SEPARATION PROCESS

Rozpatrzono wpływ sił masowych, tarcia zewnętrznego i wewnętrznego na proces przesiewania grawitacyjnego. Stwierdzono, że naprężenia ścinające (styczne) decydują o względnym ruchu masы przesiewanej.

Słowa kluczowe: przesiewanie, rozkład masy, separacja sitowa

The matter of the present work is the influence of mass power, external and internal friction on the gravitational sieve process. It was stated that cutting tensions decide about relative movement of sieved material.

Keywords: sieve, mass decomposition, sieve separation

1. Wprowadzenie

Tarcie jest zjawiskiem fizycznym występującym powszechnie w przyrodzie. W większości procesów technologicznych realizowanych w rolnictwie odgrywa podstawową rolę. Tarcie z punktu widzenia teoretycznego jest procesem złożonym, zdeterminowanym przez ogół zjawisk uwarunkowanych w sposób sprzężony parametrami i warunkami tarcia [1, 2, 3, 5, 7, 8].

W Polskiej Normie zjawisko tarcia zostało ujęte w postaci siły tarcia i współczynnika tarcia, zaś tarcie wewnętrzne zdefiniowano dla względnego przemieszczenia elementów tego samego ciała stałego [10].

Podstawą do opisu zjawisk zachodzących na sicie jest poznanie mechanizmu odporności materiału czyszczonego na odkształcenia oraz czynników wpływających na nią. Opór na ścinanie w miejscach styku cząstek mieszaniny czyszczonej wpływa na wielkość poślizgu międzycząstkowego, który jest najistotniejszym czynnikiem decydującym o intensywności przesiewania grawitacyjnego i ostatecznie z wielkością strat ziaren celnych.

Zgodnie z definicją opór na ścinanie między cząstkami materiału sypkiego jest równy sile, która powoduje względne ich przesunięcie. Wartość oporu na ścinanie jest proporcjonalna do siły normalnej działającej na elementy mieszaniny. Ponadto na wielkość oporu mają wpływ fizyczne i chemiczne własności cząstek. W nawiązaniu do aspektów powyższych należy

1. Introduction

Friction is a physical phenomenon often occurring in nature and has important role in most technological processes related to agriculture. From theoretical point of view friction is a compound process, determined by its parameters and conditions [1, 2, 3, 5, 7, 8].

In the terms of Polish Norm friction is defined as power of friction and coefficient of friction but internal friction is defined for relative relocation of elements of the same solid substance [10].

The base for description of phenomena present on a sieve is understanding of the deformation resistance of material being treated and factors that influence that. The resistance on the partition in the point of contact of elements of material being sieved influences the intercorpuscular slide, the most important factor deciding on the intensity of gravitational sieve process and the size of target seeds.

According to the definition the resistance on the partition equals the force that causes its relative movement. The value of the resistance on the partition is proportional to the normal force operating on the compound material. Physical and chemical characteristics of particles. In relation to the above aspects it is necessary to state that the issue of resistance on the partition is related with the phenomenon of friction.

stwierdzić, że istota oporu na ścinanie sypkiej mieszaniny czyszczonej jest związana z zagadnieniem tarcia.

W zagadnieniach technicznych spotyka się dwie powszechnie stosowane możliwości wyrażania oporu tarcia [9]:

- przy pomocy współczynnika tarcia f , przy czym $T_{max} = Nf$, gdzie N oznacza siłę normalną na powierzchni,
- przy zastosowaniu kąta tarcia ρ , wyrażonego jako $tg\rho = f$.

2. Stan naprężenia w ośrodku ziarnistym

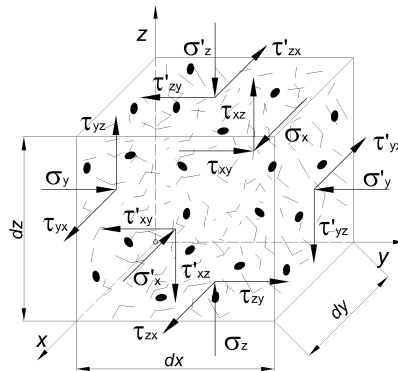
Do matematycznego opisu naprężeń wewnętrznych materiału ziarnistego można wykorzystać ogólne zależności wyprowadzone dla materiałów sprężystych podlegających prawu Hooke'a. Wywołany przez siły (zewnętrzne i wewnętrzne) stan naprężenia jest stanem przestrzennym [4, 6]. Do opisu wyodrębniono objętość ośrodka w postaci prostopadłościanu o objętości $dx \cdot dy \cdot dz$. Z wybranym elementem związane jest kartezjański układ współrzędnych (rys. 2.1).

In technical materials two typical ways of presenting friction are present [9]:

- With the aid of friction coefficient f , where $T_{max} = Nf$, and N is the normal force at the surface,
- With the term of friction angle ρ , presented as $tg\rho = f$.

2. Tension in granular medium

General theories related to springy materials subordinated to the Hook's law are applicable for the mathematical description of internal tension of granular material. Caused by external and internal forces state of tension has three-dimensional character [4, 6]. For the description purposes the volume of medium has been presented as a cuboid with the volume $dx \cdot dy \cdot dz$ and related to the Cartesian coordinate system (Fig. 2.1).



Rys. 2.1. Niejednorodny stan naprężenia na elemencie ośrodka przesiewanego we współrzędnych prostokątnych

Fig. 2.1. Non-homogenous state of tension in the element of sieved medium

Za pomocą różniczek cząstkowych uwzględniono przyrosty naprężeń na ściankach elementu wywołane działaniem sił masowych. Przy niejednorodnym stanie naprężenia (wpływ sił masowych) wartości naprężeń zmieniają się w zależności od położenia danego punktu (są funkcjami współrzędnych punktu). Zmianę wartości bezwzględnej naprężeń można zapisać w postaci ogólnej:

$$\sigma'_n = \sigma_n + d\sigma_n$$

W nawiązaniu do powyższego można wprowadzić zapisy przyrostów cząstkowych wartości naprężeń normalnych:

$$\sigma'_x = \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \tag{2.1}$$

With the aid of particle differentials the growth of tensions related to the forces of weightiness and inertia have been included. In the case of non-homogenous conditions the parameters of tension depend on the location of each point. Generally it may be described as:

$$\sigma'_n = \sigma_n + d\sigma_n$$

And, in relation to the above, the growth of normal tension as:

$$\sigma'_x = \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \tag{2.1}$$

$$\sigma'_y = \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy \quad (2.2)$$

$$\sigma'_z = \sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \quad (2.3)$$

Analogicznie można wyprowadzić zależności dotyczące zmiany wartości naprężeń stycznych:

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \quad (2.4)$$

$$\tau'_{yx} = \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \quad (2.5)$$

$$\tau'_{yz} = \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy \quad (2.6)$$

$$\tau'_{zy} = \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz \quad (2.7)$$

$$\tau'_{xz} = \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx \quad (2.8)$$

$$\tau'_{zx} = \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \quad (2.9)$$

Po zrzutowaniu sił (naprężenia x powierzchnia ścianki) na osie współrzędnych otrzymano:

$$(\sigma'_x - \sigma_x) dydz + (\tau'_{yx} - \tau_{yx}) dzdx + (\tau'_{zx} - \tau_{zx}) dx dy + \rho_o M_x = 0 \quad (2.10)$$

$$(\sigma'_y - \sigma_y) dzdx + (\tau'_{xy} - \tau_{xy}) dzdy + (\tau'_{zy} - \tau_{zy}) dydx + \rho_o M_y = 0 \quad (2.11)$$

$$(\sigma'_z - \sigma_z) dx dy + (\tau'_{yz} - \tau_{yz}) dzdx + (\tau'_{xz} - \tau_{xz}) dydz + \rho_o M_z = 0 \quad (2.12)$$

Po uwzględnieniu zależności (2.1 – 2.9) i dokonaniu stosownych przekształceń matematycznych otrzymano różniczkowy układ równań równowagi wewnętrznej ośrodka przesiewanego w danym punkcie w postaci:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho_o M_x = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho_o M_y = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \rho_o M_z = 0 \quad (2.15)$$

$$\sigma'_y = \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy \quad (2.2)$$

$$\sigma'_z = \sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \quad (2.3)$$

Analogically parameters related to tangential tensions:

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \quad (2.4)$$

$$\tau'_{yx} = \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \quad (2.5)$$

$$\tau'_{yz} = \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy \quad (2.6)$$

$$\tau'_{zy} = \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz \quad (2.7)$$

$$\tau'_{xz} = \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx \quad (2.8)$$

$$\tau'_{zx} = \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \quad (2.9)$$

After analyzing the forces on coordinate system the following has been received:

$$(\sigma'_x - \sigma_x) dydz + (\tau'_{yx} - \tau_{yx}) dzdx + (\tau'_{zx} - \tau_{zx}) dx dy + \rho_o M_x = 0 \quad (2.10)$$

$$(\sigma'_y - \sigma_y) dzdx + (\tau'_{xy} - \tau_{xy}) dzdy + (\tau'_{zy} - \tau_{zy}) dydx + \rho_o M_y = 0 \quad (2.11)$$

$$(\sigma'_z - \sigma_z) dx dy + (\tau'_{yz} - \tau_{yz}) dzdx + (\tau'_{xz} - \tau_{xz}) dydz + \rho_o M_z = 0 \quad (2.12)$$

Having analyzed dependences (2.1-2.9) with certain mathematical transformations, differential system of equations of internal balance of sieved medium has been worked out:

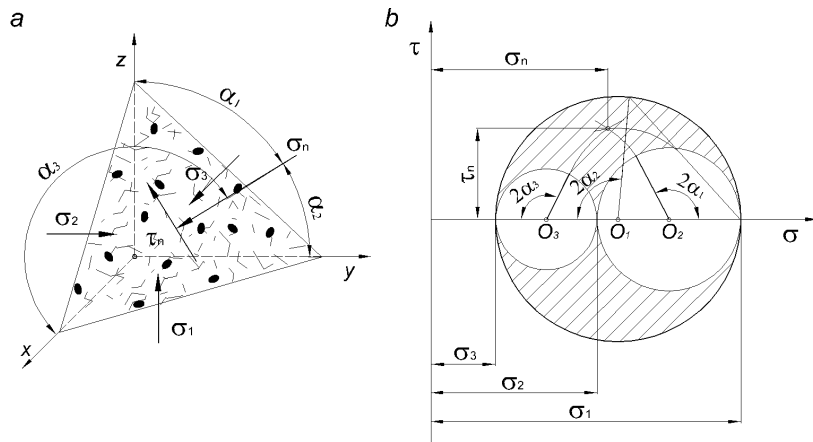
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho_o M_x = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho_o M_y = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \rho_o M_z = 0 \quad (2.15)$$

gdzie: ρ_o - gęstość objętościowa ośrodka przesiewanego; M_x, M_y, M_z - składowe jednostkowej siły masowej w kierunkach osi x, y, z.

where: ρ_o - volume density of sieved medium; M_x, M_y, M_z - elements of mass force towards axles x, y, z.



Rys.2.2. Trójosiowy stan naprężeń w ośrodku przesiewanym: a – rozkład naprężeń na danym elemencie masy czyszczonej, b – stan naprężeń w danym punkcie przedstawiony za pomocą kół Mohra

Fig.2.2. Three-axial state of tension in sieved medium: a – tension analysis in a given element of cleaned mass, b - tension in a given point presented on Mohr's circles

Jeżeli założymy, że element ośrodka przesiewanego jest pod działaniem naprężeń głównych $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ to według teorii sprężystości stan naprężenia na dowolnej płaszczyźnie n można przedstawić graficznie za pomocą kół Mohra (rys. 2.2) oraz analitycznie w postaci:

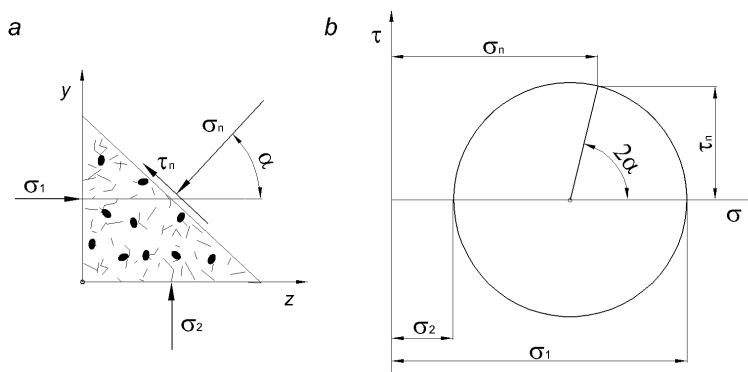
If we assume that the element of sieved medium is under the influence of main tensions $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ then, according to the theory of springiness, the state of tension on any surface n may be graphically presented by Mohr's circles (Fig. 2.2) and analytically as:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3 \quad (2.16)$$

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3 \quad (2.16)$$

$$\tau_n^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - [\sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3] \quad (2.17)$$

$$\tau_n^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - [\sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3] \quad (2.17)$$



Rys. 2.3. Dwuosiowy stan naprężenia w ośrodku przesiewanym: a – rozkład naprężeń na danym elemencie masy czyszczonej, b – stan naprężenia w danym punkcie wyznaczony przy pomocy koła Mohra

Fig. 2.3. Two-axial state of tension in sieved medium: a – tension analysis in a given element of cleaned mass, b - tension in a given point presented on Mohr's circles

W dalszych rozważaniach nad mechaniką ośrodka przesiewanego wystarczającą podstawą do obliczeń będzie dwuosiowy stan naprężenia (rys. 2.3a). W takim przypadku naprężenia główne (dla kierunku przy krańcowych wartościach naprężeń normalnych i zerowych naprężeniach stycznych) w danym punkcie materiału czyszczonego o znanych składowych $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ można wyrazić w postaci następującej zależności:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.18)$$

Zależność pomiędzy naprężeniami głównymi a naprężeniami (normalnym i stycznym) w danym elemencie ośrodka na płaszczyźnie nachylonej można przedstawić graficznie za pomocą kół Mohra (rys.2.3b), a także analitycznie za pomocą następujących zależności:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \quad (2.19)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \quad (2.20)$$

3. Rola tarcia podczas przemieszczania masy czyszczonej na sicie

W przypadku przemieszczania materiałów ziarnistych w procesie separacji na sicie żaluzjowym należy dokonać rozdziału zjawiska tarcia na wewnętrzne i zewnętrzne. Według Kragielskiego [8] czynnikiem decydującym jest różnica między wytrzymałością lokalnego zespolenia tarcowego, a wytrzymałością materiału w głębi. Dla dodatniego gradientu własności wytrzymałościowych:

$$\frac{d\tau}{dh} > 0 \quad (3.1)$$

gdzie: τ - wytrzymałość na ścinanie; h - głębokość, występuje tarcie zewnętrzne i wówczas proces jest charakteryzowany przez cechy powierzchniowe materiału. W przypadku przeciwnym, gdy gradient przyjmuje wartości ujemne mamy do czynienia z tarcie wewnętrzne.

Jednoznaczne określenie stanu naprężenia w danym punkcie masy czyszczonej jest możliwe poprzez podanie tensora naprężenia. Naprężenia ścinające (styczne) τ wpływają na względny ruch masy czyszczonej. Wielkość przemieszczeń zależy od oporu przeciwstawiającego się tym naprężeniom, z kolei wielkość oporu jest uwarunkowana wartością tarcia wewnętrznego materiału przesiewanego. Wynika to wprost z prawa Coulomba – Mohra:

$$\tau_n = \mu \cdot \sigma_n \quad (3.2)$$

gdzie: μ - współczynnik tarcia wewnętrznego materiału czyszczonego; $\mu = \tan \phi$ gdzie ϕ jest kątem tarcia wewnętrznego.

Two-axial state of tension is adequate or the purposes of further analysis on the mechanics of sieved medium (Fig. 2.3). In such case main tensions (for the direction at extreme parameters of normal and zero tangential tensions) in a given point of cleaned material with known parameters $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ may be presented in the following way:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.18)$$

The dependence between main tensions and the tensions (normal and tangential) in a given point of medium on a slanting surface may be graphically presented by Mohr's circles (Fig. 2.3b) and analytically with the aid of the following dependences:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \quad (2.19)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \quad (2.20)$$

3. The role of friction during the translocation of cleaned mass on the sieve

In the case of movement of granular media in the process of jalousie sieve separation it is necessary to separate the term of friction into external and internal friction. According to Kragielski [8] the decisive factor is the difference between the durability of local friction complex and the durability inside the material. For positive gradient of durability characteristics:

$$\frac{d\tau}{dh} > 0 \quad (3.1)$$

where: τ - resistance on the partition wall; h - depth, external friction occurs and the process is characterized by surface factors. In the opposite case, when the gradient is negative, we can say about internal friction.

Unequivocal estimation of the state of tension in a given point of cleaned material is only possible when tension tensor is introduced. Shearing (tangential) tensions τ influence relative movement of cleaned material. The scale of the movements depends on the force of internal resistance influenced by internal friction of sieved material. This may be drawn out of Coulomb-Mohr law:

$$\tau_n = \mu \cdot \sigma_n \quad (3.2)$$

where: μ - internal friction index of cleaned material; $\mu = \tan \phi$ where ϕ is the internal friction angle.

Proces separacji ziaren na sitach przebiega dzięki odkształcaniu struktury przestrzennej masy przesiewanej. W związku z tym można przyjąć tutaj definicję tarcia wewnętrznego jako „tarcia między elementami ośrodka w procesie odkształcenia” [11]. Analiza uwarunkowań wpływających bezpośrednio i pośrednio na wielkość tarcia wewnętrznego stanowi element niezbędny do poznania i właściwej interpretacji praw fizycznych podczas procesu przesiewania. Takie podejście do zagadnień separacji ma wymiar nie tylko teoretyczny, ale w dalszej perspektywie może, bowiem posłużyć do poszukiwania optymalnych konstrukcji ustrojów czyszczących.

The process of separation of seeds takes place due to deformation of dimensional structure of sieved mass. According to the above internal friction may be defined as “friction between elements of the medium in the process of deformation” [11]. The analysis of conditions that influence directly and indirectly the range of internal friction is crucial for understanding and proper interpretation of physical laws present in the sieve process. Such approach to separation has not only theoretical dimension but also may, in further perspective enable research for optimal construction of cleaning utilities.

4. Literatura

- [1] Bowden F. P., Tabor D.: *Friction and Introduction*, Methuen and Co. Ltd., London 1956.
- [2] Broś J., Lisowski Z., Ziemia S.: *Zagadnienia tarcia i zużycia – podstawowe koncepcje*, V Krajowa Konferencja Wytrzymałości i Badania Materiałów, SIMP, Kraków 1969.
- [3] Byszewski W., Haman J.: *Gleba, maszyna, roślina*, Wyd. PWN, Warszawa 1977.
- [4] Dmítruk S., Izbicki R., Suchnicka H.: *Mechanika ośrodków rozdrobnionych*, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1982.
- [5] Fortes M., Okos M. R.: *Changes in Physical Properties of Corn During Drying*, Transactions of the ASAE 1980.
- [6] Gabryszewski Z.: *Teoria sprężystości i plastyczności*, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [7] Grochowicz J.: *Maszyny do czyszczenia i sortowania nasion*, Wyd. PWRiL, Warszawa 1976.
- [8] Janecki J.: *Krytyczny przegląd hipotez tarcia suchego oraz fizyko – mechaniczne uzasadnienie*, Informator WITPiS, Wydanie specjalne, Materiały III Sympozjum Trybologicznego pt. *Trybologiczne problemy warstwy wierzchniej*, Częstochowa 1973.
- [9] Lambe T. W., Whitman R. V.: *Mechanika gruntów*, Wyd. Arkady, Warszawa 1977.
- [10] Polska Norma PN-67/M-04301.
- [11] *Słownik agrofizyczny*, Praca zbiorowa, Problemy Agrofizyki, z. 36, 1981.

Prof. dr hab. inż. Jan BANASIAK

Dr inż. Jerzy BIENIEK

Zakład Eksploatacji Maszyn Rolniczych
Instytut Inżynierii Rolniczej
Akademia Rolnicza we Wrocławiu
Ul. Chelmońskiego 37/41, 51-630 Wrocław
tel. 071-3205721, tel/fax 3482486,
banasiak@imr.ar.wroc.pl
bieniek@imr.ar.wroc.pl

Dr inż. Jerzy DETYNA

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
Politechnika Wrocławska
Ul. I. Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław
tel. 071-3202674, tel/fax 3227645,
jurek_pwr@wp.pl
